







Yaogan Xuebao

第23卷 第4期 2019年7月

目 次

学者观点

综述 基于 FY-2F 数据的中国区域地表温度日变化模型评价及特征研究 ………… 孟翔晨,刘昊,程洁 (570) 遥感数据融合研究进展与文献定量分析 (1992-2018) …… 张立福,彭明媛,孙雪剑,岑奕, 童庆禧 (603) 技术方法 机载 WIDAS 地表观测的 BRDF 原型反演算法验证 ……………………………………………………… ……………………………………………………………何丹丹, 焦子锑, 董亚冬, 张小宁, 张虎, 丁安心 (620) Ross-Li 核驱动模型热点参数化及其校正一以 POLDER 数据为例 ………………………… …………………………………………………………常雅轩, 焦子锑, 董亚冬, 张小宁, 何丹丹, 尹思阳, 崔磊, 丁安心 (661) 基准影像数据辅助遥感影像几何定位 ……………………………………………………………潘雪琛,姜挺,余岸竹,王鑫,张一(673) 综合多特征的极化 SAR 图像随机森林分类算法 ……………徐乔,张霄,余绍淮,陈启浩,刘修国 (685) Cesium 框架多源电子地图瓦片数据混搭方案设计 ………… 范俊甫, 胡桃英, 何惠馨, 秦柳, 李桂华 (695) 自适应分块加权 Wallis 并行勾色 …………………………………………………………李烁,王慧,王利勇,于翔舟,杨乐 (706) 遥感应用 Landsat长时间序列的阳澄湖湖面围网时空变化 ……………………………………………………… 计璐艳, 尹丹艳, 宫鹏 (717) 通过训练样本采样处理改善小宗作物遥感识别精度…… 樊东东,李强子,王红岩,张源,杜鑫,沈宇 (730) 地基激光雷达森林近地面点云精细分类与倒木提取 ……………………………………………………… 随机森林回归模型的悬浮泥沙浓度遥感估算 …… 方馨蕊,温兆飞,陈吉龙,吴胜军,黄远洋,马茂华 (756) 太原市黑臭水体遥感识别与地面验证………………李佳琦,李家国,朱利,申茜,戴华阳,朱云芳(773) 2017年"8.8"九寨沟地震滑坡自动识别与空间分布特征 ………… 李强,张景发,罗毅,焦其松 (785)吴文渊,金城,庞毓雯,赵丽佳,宋瑜,胡潭高,张登荣,徐俊锋(796)

JOURNAL OF REMOTE SENSING

(Vol. 23 No.4 July, 2019)

CONTENTS

Scholar's View Point

Towards more extensive and deeper application of remote sensing	
GONG Peng	(569)
Review	
Evaluation and characteristic research in diurnal surface temperature cycle in China using FY-2F data <i>MENG Xiangchen, LIU Hao, CHENG Jie</i>	(580)
Research progress on methods of automatic coastline extraction based on remote sensing images	
····· WU Yiquan, LIU Zhonglin	(602)
Progress and bibliometric analysis of remote sensing data fusion methods (1992–2018)	(619)
Technology and Methodology	
Verification of BRDF archetype inversion algorithm from surface observations of airborne WIDAS	
	(628)
Sparse and low-rank abundance estimation with internal variability YUAN Jing, ZHANG Yujin	(647)
Rolling estimation model of soil moisture based on multi-satellite fusion	
	(660)
Parameterization and correction of hotspot parameters of Ross-Li kernel driven models on POLDER dataset	
CHANG Yaxuan, JIAO Ziti, DONG Yadong, ZHANG Xiaoning, HE Dandan, YIN Siyang, CUI Lei, DING Anxin	(672)
Geo-positioning of remote sensing images with reference image	
••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	(684)
Multi-feature-based classification method using random forest and superpixels for polarimetric SAR images \cdots	
••••••XU Qiao, ZHANG Xiao, YU Shaohuai, CHENG Qihao, LIU Xiuguo	(694)
Multi-source digital map tile data mashup scheme design based on Cesium	
FAN Junfu, HU Taoying, HE Huixin, QIN Liu, LI Guihua	(705)
Parallel color balancing method using adaptive block Wallis algorithm for image mosaicking	
LI Shuo, WANG Hui, WANG Liyong, YU Xiangzhou, YANG Le	(715)
Remote Sensing Applications	
Temporal-spatial study on enclosure culture area in Yangcheng Lake with long-term landsat time series	
JI Luyan, YIN Danyan, GONG Peng	(729)
Improvement in recognition accuracy of minority crops by resampling of imbalanced training datasets of remote	
sensingFAN Dongdong, LI Qiangzi, WANG Hongyan, ZHANG Yuan, DU Xin, SHEN Yu	(742)
Fine classification of near-ground point cloud based on terrestrial laser scanning and detection of forest fallen wood MA Zhenyu, PANG Yong, LI Zengyuan, LU Hao, LIU Luxia, CHEN Bowei	(755)
Remote sensing estimation of suspended sediment concentration based on Random Forest Regression Model \cdots	
······ FANG Xinrui, WEN Zhaofei, CHEN Jilong, WU Shengjun, HUANG Yuanyang, MA Maohua	(772)
Remote sensing identification and validation of urban black and odorous water in Taiyuan city	
LI Jiaqi, LI Jiaguo, ZHU Li, SHEN Qian, DAI Huayang, ZHU Yunfang	(784)
Recognition of earthquake-induced landslide and spatial distribution patterns triggered by the Jiuzhaigou earthquake	
in August 8, 2017 LI Qiang, ZHANG Jingfa, LUO Yi, JIAO Qisong	(795)
Distribution characteristics of surface thermal environment in Zhejiang province based on thermal infrared	
remote sensing	
WU Wenyuan, JIN Cheng, PANG Yuwen, ZHAO Lijia, SONG Yu, Hu Tangao, ZHANG Dengrong, XU Junfeng	(807)

融合数据内部变化信息的丰度估计算法 www.jors.cn

袁静^{1,2},章毓晋¹

1. 清华大学 电子工程系,北京 100084; 2. 防灾科技学院, 廊坊 065201

摘 要: 丰度估计(AE)是从高光谱图像中识别地物的关键预处理技术。由于线性模型的可解释性以及数学上的可 操作性,基于该模型的线性回归技术CLR(Constrained Linear Regression)在丰度估计中受到了广泛关注。目前, 该方法仅仅考虑到了估计数据与被估计数据之间的能量相似性,没有考虑数据内部的变化信息之间的相似性, 比如一阶梯度之间的相似性以及二阶梯度之间的相似性。为了提高丰度估计精度,本文提出了融合数据内部变 化信息的稀疏低秩丰度估计算法。首先通过增加一阶梯度和二阶梯度的约束项改进传统的丰度估计的数学模 型。其次,通过采用范数不等式和优化理论证明了在约束条件下,该模型的有效性及该模型在相关领域的可拓 展性。接着,采用辅助变量将改进的数学模型变为增强拉格朗日函数。最后,采用交替双向乘子技术 ADMM(Alternating Direction Method of Multipliers)求解该模型并估计高光谱图像的丰度。经仿真实验和实际高光 谱图像的实验证明该方法能够改善仿真数据和实际高光谱数据的丰度估计的效果,特别是当端元的丰度存在丰 富的变化细节时,丰度估计的精度和抗噪性能均优于当前较流行的丰度估计算法。

关键词:丰度估计,CLR,变化信息,稀疏低秩,ADMM

引用格式: 袁静,章毓晋.2019. 融合数据内部变化信息的丰度估计算法. 遥感学报, 23(4): 630-647

Yuan J and Zhang Y J. 2019. Sparse and low-rank abundance estimation with internal variability. Journal of Remote Sensing, 23(4): 630-647 [DOI:10.11834/jrs.20197547]

言 1 引つ

高光谱遥感因其在行星探测,精准农业,军 事目标识别,森林研究,目标探测等方面的广泛 应用而倍受关注Rosin(2001)。近年来, 它被广泛 应用于环境监测。但由于其空间分辨率较低,可 能导致高光谱图像中的每个像元同时包含了多个 地面微小物质的光谱信息,该像元被称为混合像 元,该物质被称为端元。大量的混合像元阻碍了 高光谱的应用(Bioucas-Dias 等, 2012)。如何从混 合像元中区分存在哪些端元(端元提取)和每种端元 在混合像元中所占的比例(丰度估计)是高效地完成 地物识别和分类的关键技术,称之为光谱解混技 术(Bioucas-Dias 等, 2012)。地面的多样性和复杂 性增加了端元提取的难度。为了避免不准确地端 元提取给丰度估计带来不可靠的估计效果,随着 地物波谱库(端元谱库)的不断丰富,稀疏解混方法

越来越受到业界的关注(Feng 等, 2016; Iordache 等, 2011)。稀疏解混的目标是在已知端元谱库的 基础上估计各个端元的丰度,也叫丰度估计。其 前提假设是混合光谱可以表示为多个纯端元光谱 的线性组合(Iordache 等, 2011; Candès 等, 2006)。 一般情况下已知的端元谱库含有大量纯端元光谱 信息,从中选择若干个端元的光谱谱逼近混合像 元的光谱,将导致丰度稀疏性,所以该方法被称 为稀疏解混或稀疏丰度估计。丰度估计的目的是 确定混合像元中存在哪些端元以及每个端元所占 的比例(丰度)。Candès等(2006)通过为丰度矩阵施 加60范数表示其稀疏性。求解含有60范数的数学模 型属于NP-hard问题。Iordache等(2011)证明:在有限 等距性质RIP(Restricted Isometry Property)条件 下,将60范数松弛到61范数是合理可行的。该结论 为在多项式时间内优化求解含有稀疏性约束的数 学模型提供了可靠的理论依据。Themelis等

收稿日期: 2017-12-26; 预印本: 2018-04-08

基金项目: 国家自然科学基金 (编号: 61673234, U1636124)

第一作者简介: 袁静, 1981年生, 女, 博士研究生, 研究方向为高光谱解混。E-mail: yuanjing20110824@sina.com

(2010)将 化 范数的稀疏性约束应用于光谱解混,有 效的改善了丰度矩阵估计的效果。Oian等(2011) 通过实验证明在表达稀疏性方面, 化15 范数比化范 数性能更佳。Sigurdsson等(2014)和Chen等(2013) 将 $\ell_{0.5}$ 范数推广到,通过实验证明 $\ell_{p}(0 \le p \le 1)$ 范数 在表达稀疏性性能方面比化5范数更加有效,如何 确定 $\ell_{\rm p}(0 \le p \le -1)$ 范数的p的值是个难题。Zhu等 (2014a)提出了基于数据引导的选择p的方法, *ℓ*_n范 数项在p=0是不可微的,其数值误差会影响精度 和收敛性。为了改善化,范数的解的不稳定性,提高 对噪声的鲁棒性, Tang等(2014)提出了逼近ℓ₀范数 的数学表达方法,通过实验证明其比化范数更有 效,但需要较高的计算复杂度。Qu等(2014)和 Sun等(2016)提出了用逼近 化 范数的方法来修改丰 度的稀疏性表达,改善了稀疏丰度估计的效果。 另一方面, Themelis等(2012)和Rontogiannis等 (2013)假设稀疏性丰度向量服从高斯先验或伽马先 验分布,开展了在贝叶斯框架下对丰度进行估计 的研究。

上述研究工作均是以光谱域的先验知识为基 础,下面将介绍以空间域的先验知识为基础的研 究工作: Qu等(2014)和Iordache等(2014)认为同质 区域的混合像元的光谱具有很高的相似性,其相应 的丰度矢量具有很高的相关性。Qu等(2014)认为处 于局部邻域的混合像元一般是由相同的地物构 成。该性质表明丰度矩阵的列具有线性相关性, 可由低秩矩阵做近似估计。另外, Iordache等 (2014)认为丰度矩阵列的相关性可由行的稀疏性进 行表示,通过为丰度矩阵的行施加化1范数进行协同 稀疏性约束,该方法被称为协同稀疏高光谱解混 算法CLSUnSAL(Collaborative Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian). Giam-pouras等(2016)在基于局部解混方法的基础 上,通过为丰度矩阵增加低秩和稀疏性约束提出 了交替方向稀疏低秩解混算法ADSpLRU(Alternating Direction Sparse and Low-Rank Unmixing).

Yang等(2016)利用稀疏编码的去噪功能提出了 融合去噪过程和稀疏解混的丰度估计算法CHyDU (Coupled HSI Denoising and Unmixing)。提高了丰 度估计的鲁棒性,其代价是需要大量的计算时间。 Yi等(2017)将超分辨重建技术的优势和光谱解混的 优势进行融合提出联合高分辨重建与稀疏解混的 新算法JHSr-Un(Joint Hyperspectral Superres-olution and Unmixing)。该算法同时提高了超分辨重建和 光谱解混的鲁棒性。

此外,根据信号处理和机器学习文献(Richard 等,2012;Oymak等,2015;Golbabaee和 Vandergheynst,2012;Richard等,2014;Chen和 Huang,2012)和低秩矩阵估计技术(Bach,2008; Bioucas-Dias等,2012;Negahban和Wainwright, 2011;Babacan等,2012)的逆理论,交替方向乘法 ADMM(Alternating Direction Method of Multipliers)技术在丰度估计的求解中具有方便快捷 的优点(Boyd等,2011)。

上述方法存在的问题是: 数学模型中考虑了 估计数据与被估计数据之间的能量相似性,没有 考虑数据内部的变化信息之间的相似性;比如一 阶梯度之间的相似性以及二阶梯度之间的相似 性。观察图1所示的线性混合过程。通过截取光谱 数据中L×5×5红色子区域TY,发现其空间维具有 一阶梯度结构和二阶梯度结构,这些梯度均反映 了数据内部的变化信息。在丰度图中截取相应的 子区域TW,发现TW的空间维存在一阶梯度和二 阶梯度(图1)。数据内部的变化信息指的是数据随 着空间位置产生的变化。变化信息包括一阶梯度 和二阶梯度。袁静和章毓晋(2017)虽然初步考虑到 了一阶梯度之间的相似性信息并应用到自编码神 经网络,但未给出详细的分析和说明。袁静等 (2018)将内部变化定义为某种差分形式,提出了融 合空间维的差分结构的交替方向稀疏和低秩分解 算法,并经数学证明了其在增强回归算法中的有 效性。但没有同时考虑空间维的二阶梯度形式的 结构信息。因此,本文在稀疏低秩线性回归算法 (Giampouras 等, 2016; 袁静 等, 2018)的基础上, 提出了融合数据内部变化信息的线性回归算法。

本文的创新性体现在以下几个方面:

(1)通过利用一阶梯度和二阶梯度改进了(袁静, 2017b) (Giampouras 等, 2016)的数学模型。提出同时融合一阶梯度和二阶梯度的带约束的线性回归方法,称为二阶增强的带约束的回归算法 FSOECLR(The First and Second Order Enhanced Constrained Linear Regression algorithm)。

(2)通过相关数学理论证明FSOECLR的有效性 以及在相关领域的可拓展性。将改进的线性回归 模型应用于高光谱的丰度矩阵估计领域,并推导出 采用ADMM技术求解改进模型的方法。



设已知观测数据矩阵Y以及其生成模型如下

$$Y = \Theta W + E \tag{1}$$

在已知数据矩阵 θ , 叠加噪声E和约束条件 f(W)的前提下,估计W矩阵被视为CLR问题。设

从**Y**中求解**W**视为带约束的线性回归问题,被 描述为

$$P_1 : \arg\min \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{W}\|_F^2 + f(\boldsymbol{W})$$
(2)

融入一阶梯度差异信息后数学模型P₂(袁静等, 2018)

$$P_2: \underset{\boldsymbol{w}}{\operatorname{arg\,min}} \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_F^2 + \beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M}\|_F^2 + f(\boldsymbol{W}) \quad (3)$$

式中, *M*(·)是一阶梯度操作符, *O*(·)是二阶梯度操作符。*O*(·)=*M*(*M*(·))后续将介绍操作符的详细定义。

采用二阶梯度改进数学模型P₂后,得数学模型P₃

$$P_3: \operatorname{arg\,min}_{w} \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_F^2 + \beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M}\|_F^2 + \\ \eta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{O} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{O}\|_F^2 + f(\boldsymbol{W})$$

$$\tag{4}$$

式中,参数 $\beta \in R^+ \pi \eta \in R^+$ 分别表示对一阶梯度和二阶梯度信息的重视程度。则3个数学模型的目标函数分别是

$$J_{p1}(\mathbf{W}) = \|\mathbf{Y} - \mathbf{\Theta}\mathbf{W}\|_{F}^{2} + f(\mathbf{W})$$

$$J_{p2}(\mathbf{W}) = \|\mathbf{Y} - \mathbf{\Theta}\mathbf{W}\|_{F}^{2} + \beta \|\mathbf{Y}\mathbf{W} - \mathbf{\Theta}\mathbf{W}\mathbf{M}\|_{F}^{2} + f(\mathbf{W})$$

$$J_{p3}(\mathbf{W}) = \|\mathbf{Y} - \mathbf{\Theta}\mathbf{W}\|_{F}^{2} + \beta \|\mathbf{Y}\mathbf{M} - \mathbf{\Theta}\mathbf{W}\mathbf{M}\|_{F}^{2} + \|\mathbf{Y}\mathbf{O} - \mathbf{\Theta}\mathbf{W}\mathbf{O}\|_{F}^{2} + f(\mathbf{W})$$
(5)

证明过程如下:

(1) 观察数学模型P₁和数学模型P₂。根据
 ||AB||_F ≤ ||A||_F||B||_F (张贤达, 2013),可得

$$\beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} \leq \beta \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2}$$
(6)

不等式(6)的两边同时加上 $||Y - \Theta W||_F^2 + f(W)$

$$\|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + f(\boldsymbol{W}) + \beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} \leq \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + f(\boldsymbol{W}) + \beta \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2}$$
(7)

式(7)的左边是目标函数*J_{P2}*将式(7)的右边重新整理可得

$$(1+\beta \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2})\|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + f(\boldsymbol{W})$$
(8)

$$P_{12}: \arg\min(1+\beta ||\boldsymbol{M}||_F^2) ||\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{W}||_F^2 + f(\boldsymbol{W})$$
(9)

根据不等式(7), 可得

$$J_{P_2} \leqslant J_{P_{12}} \tag{10}$$

式(9)× $\frac{1}{1+\beta \|M\|_{F}^{2}}$,得到与 P_{12} 等价的数学模型 P_{13}

$$P_{13} : \underset{w}{\operatorname{arg\,min}} \| \mathbf{Y} - \mathbf{\Theta} \mathbf{W} \|_{F}^{2} + \frac{1}{1 + \beta \| \mathbf{M} \|_{F}^{2}} f(\mathbf{W})$$
(11)

其目标函数

$$J_{P_{13}}(\boldsymbol{W}) = \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + \frac{1}{1 + \beta \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2}} f(\boldsymbol{W})$$

观察JP13(W)表达式,可得:

$$J_{P_{13}}(\boldsymbol{W}) \leq J_{P_1}(\boldsymbol{W}) \tag{12}$$

根据不等式(10), (12)以及模型P₁₂与模型P₁₃等价, 有

结论1 数学模型P2优于数学模型P1。

(2)观察数学模型 P_2 和数学模型 P_3 :其中 $O = M \times M$ 。根据 $||AB||_F \leq ||A||_F ||B||_F$ (张贤达, 2013), 可得

$$\eta \| \boldsymbol{Y}\boldsymbol{O} - \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{W}\boldsymbol{O} \|_{F}^{2} = \eta \| \boldsymbol{Y}\boldsymbol{M}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{W}\boldsymbol{M} \boldsymbol{M} \|_{F}^{2} \leqslant$$
$$\eta \| \boldsymbol{M} \|_{F}^{2} \| \boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{W}\boldsymbol{M} \|_{F}^{2} \leqslant$$
$$\eta \| \boldsymbol{M} \|_{F}^{2} \| \boldsymbol{M} \|_{F}^{2} \| \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{W} \|_{F}^{2} \qquad (13)$$

$$\eta \| \mathbf{YO} - \mathbf{\Theta} \mathbf{WO} \|_{F}^{2} \leq \eta \| \mathbf{M} \|_{F}^{2} \| \mathbf{M} \|_{F}^{2} \| \mathbf{Y} - \mathbf{\Theta} \mathbf{W} \|_{F}^{2}$$
(14)
不等式(14)两边同时加上
$$\| \mathbf{Y} - \mathbf{\Theta} \mathbf{W} \|_{F}^{2} + \beta \| \mathbf{YM} - \mathbf{\Theta} \mathbf{WM} \|_{F}^{2} + f(\mathbf{W})$$

得

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + \beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} + f(\boldsymbol{W}) + \\ \eta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{O} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{O}\|_{F}^{2} \leqslant \\ \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + \beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} + f(\boldsymbol{W}) + \\ \eta \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} \end{aligned}$$
(15)

则重新整理不等式(15)的右边项⇒

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + \beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} + f(\boldsymbol{W}) + \\ \eta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{O} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{O}\|_{F}^{2} \leqslant \\ (1 + \eta \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2}) \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + \\ \beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} + f(\boldsymbol{W}) \end{aligned}$$
(16)

观察式(16)小于号左边的表达式,是数学模型 P_3 的目标函数 $J_{P_3}(W)$ 。

观察式(16)小于号右边的表达式,是下列数学 模型 P_{22} 的目标函数 $J_{P_{22}}(W)$ 。

 P_{22} : arg min $(1 + \eta || \mathbf{M} ||_F^2 || \mathbf{M} ||_F^2) || \mathbf{Y} - \mathbf{\Theta} \mathbf{W} ||_F^2 +$

$$\beta \| \mathbf{Y} \mathbf{M} - \mathbf{\Theta} \mathbf{W} \mathbf{M} \|_{F}^{2} + f(\mathbf{W})$$
(17)
根据不等式(16)得出

$$J_{P_3}(W) \leq J_{P_{22}}(W) \tag{18}$$

式(17)× $\frac{1}{1+\eta \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2}}$,得到与 P_{22} 数学模型等 价的数学模型 P_{22} →

$$P_{23} : \underset{w}{\arg\min} \|Y - \Theta W\|_{F}^{2} + \frac{1}{1 + \eta \|M\|_{F}^{2}} \|M\|_{F}^{2} \|YM$$

$$\Theta WM\|_{F}^{2} + \frac{1}{1 + \eta \|M\|_{F}^{2}} \|M\|_{F}^{2} f(W)$$
(19)

由于
$$\frac{1}{1+\eta \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2}} \leq 1, \frac{1}{1+\eta \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} \|\boldsymbol{M}\|_{F}^{2}} \leq 1$$

观察

 $J_{P_2}(W)$ 表达式,得: $J_{p_{23}}(W) \leq J_{P_2}(W)$

根据不等式(18), (20)以及模型P23与模型P22等 价,有

结论2 数学模型 P_3 优于数学模型 P_2 。

综合结论1与结论2,有

结论3 数学模型P3优于数学模型P2,数学模 型 $P_{1\circ}$

(3) 观察**W**的变化。由
$$\frac{\partial J_{P_1}(W)}{\partial W} = 0 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{\Theta}^{-1} \boldsymbol{Y} + (\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta})^{-1} f'(\boldsymbol{W})$$
(20)

$$ll \frac{\partial J_{P_2}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} = 0 \Rightarrow$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{\Theta}^{-1} \mathbf{Y} + (\mathbf{\Theta}^{\mathrm{T}} \mathbf{\Theta})^{-1} f'(\mathbf{W}) (1 + \mathbf{M} \mathbf{M}^{\mathrm{T}})$$

$$2 \mathbf{J}_{-1}(\mathbf{W})$$

$$(21)$$

$$label{eq:weighted} \begin{split} &label{eq:weighted} label{eq:weighted} label{eq:weighted} label{eq:weighted} label{eq:weighted} \begin{split} &label{eq:weighted} label{eq:weighted} W = \boldsymbol{\Theta}^{-1} \boldsymbol{Y} + (\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta})^{-1} f'(\boldsymbol{W}) (1 + \boldsymbol{M} \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{O} \boldsymbol{O}^{\mathrm{T}}) \end{split}$$

由式(20)、(21)、(22)可知3个不同的目标函数 中的W的变化是不同的。同时可得到当 $Y = \Theta W$ 的 时候或者约束条件不存在的时候模型P,和P,将退化 到P₁模型。

结论4 P3模型的估计值优于P3模型的估计值, P3模 型的估计值优于 P_1 模型的估计值。因此, 融合一阶 梯度的线性回归算法(P2)的精度优于传统的线性回 归算法(P1);而融入一阶梯度和二阶梯度的线性回归 算法(P3)精度优于传统线性回归算法(P1)和仅含有 一阶梯度的线性回归算法(P_2)。当 $Y = \Theta W$ 的时候或 者约束条件不存在的时候模型P2和P3将退化到P1 模型。

基于滑动窗的稀疏低秩的丰度矩 3 阵估计算法 📢

Giampouras等(2016)提出基于滑动窗的丰度矩 阵估计问题,并阐述稀疏低秩丰度估计的算法原 理。假设有L波段的高光谱图像,图像中的每个像 元由N个端元组成。用 $\Theta = [\Theta_1, \Theta_2, \cdots, \Theta_N]$ 表示含有 N个端元的谱库,其中 Θ_i , *i*=1, 2, …, N, 表示第*i*个端 元的谱。解混框架如图2所示:定义一个含有K个相 邻像素($K = k \times k$)的滑动窗, 滑动窗的大小是 $k \times k$, (Giampouras 等, 2016), 本文选择*k*=3。用 $Y = [y_1, y_2, \dots, y_m]$ 表示L×K的观测光谱矩阵,矩阵的 每一列 $y_m(m=1,2,...,K)$ 表示每个混合像元的L个 波段的光谱数据。其线性混合模型(Linear Mixed Model, LMM)描述如下、

$$\boldsymbol{Z}_{6}^{t+1} = \boldsymbol{Z}_{6}^{t} - (\boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{W}^{t+1} \boldsymbol{W} + \boldsymbol{\gamma}_{6}^{t+1})$$
(23)

式中, W和E分别表示丰度和噪声。根据物理涵义, 丰度矩阵具有非负性以及归一性(丰度矩阵每列数 据的和为1)(Bioucas-Dias 等, 2012)。其数学描 述为

$$\boldsymbol{W} > 0.1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W} = \boldsymbol{I}^{\mathrm{T}} \tag{24}$$



图 2 基于滑动窗的稀疏低秩丰度估计原理(Giampouras, 2016)



根据Giampouras等(2016)的结论:在稀疏性和低 秩性的前提假设下,丰度矩阵归一性约束条件可以 忽略。估计丰度矩阵W的问题由稀疏低秩线性回归 方法实现,其数学模型表示如下

$$\widehat{\boldsymbol{W}} = \underset{\boldsymbol{w} \in R_{+}^{N \times k^{2}}}{\arg\min}(\frac{1}{2} \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + \gamma \|\boldsymbol{W}\|_{1} + \tau \|\boldsymbol{W}\|_{*} + I_{R} + (\boldsymbol{W}))$$
(25)

式中, y、t是丰度矩阵稀疏性和低秩性的正则化参数。I_R+(W)表示丰度矩阵的非负性。

4 融合数据内部变化信息的稀疏低 秩丰度估计算法

4.1 数学模型

Giampouras等(2016)提出的稀疏低秩丰度矩阵 估计算法的数学模型没有考虑数据内部的变化信 息,而袁静等(2018)仅仅考虑了一阶差分的信息。 根据图1以及第二节的证明,本文对式(26)所表达的 数学模型做如下改进。

(1)本文用一阶梯度代替文献(袁静等,2018)中的一阶差分,为融入一阶梯度信息的丰度矩阵估计 重建数学模型PFG。

$$(PFG)\widehat{\boldsymbol{W}} = \underset{\boldsymbol{w} \in R_{+}^{N \times k^{2}}}{\arg\min} (\frac{1}{2} \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + \gamma \|\boldsymbol{W}\|_{1} + \tau \|\boldsymbol{W}\|_{*} + \frac{1}{2}\beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} + I_{R} + (\boldsymbol{W}))$$
(26)

式中, *M*表示一阶梯度算子。本文采用滑动窗的稀 疏低秩丰度估计策略(Giampouras等, 2016), 其窗 口大小为3×3。即*Y*含有9个像素点。*M*的每一列计 算的是像素维的梯度方向,其定义如下

[2	0	0	0	0	0	0	0	ן 0
	-1	2	0	0	0	0	0	0	0
	0	-1	2	0	0	0	0	0	0
	-1	0	-1	2	0	0	0	0	0
<i>M</i> =	0	-1	0	-1	2	0	0	0	0
	0	0	-1	0	-1	2	0	0	-1
	0	0	0	-1	0	-1	2	-1	0
	0	0	0	0	-1	0	-2	2	-1
l	0	0	0	0	0	-1	0	-1	2 J

本文用ADMM技术求解融入一阶梯度信息后的数 学模型,并称之为融合像素维的一阶梯度结构的交 替方向稀疏低秩解混算法ADSpLRU-FOG(Alternating Direction Sparse and Low-Rank Unmixing With First-Order Gradient)。

(2)采用二阶梯度进一步改进上述数学模型。 并重建数学模型PFSG。

$$(PFSG)\widehat{\boldsymbol{W}} = \underset{\boldsymbol{w} \in R_{+}^{N \times k^{2}}}{\operatorname{arg\,min}} (\frac{1}{2} \|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\|_{F}^{2} + \gamma \|\boldsymbol{W}\|_{1} + \tau \|\boldsymbol{W}\|_{*} + \frac{1}{2}\beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} + \frac{1}{2}\beta \|\boldsymbol{Y}\boldsymbol{O} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{O}\|_{F}^{2} + I_{R} + (\boldsymbol{W}))$$

$$(27)$$

式中, **O**表示二阶梯度算子。**O**=**M**×**M** 采用 ADMM求解该模型,称之为融合像素维的一阶和二 阶梯度结构的交替方向稀疏低秩解混算法 ADSpLRU-FSOG(Alternating Direction Sparse and Low-Rank Unmixing With First-Order and Second-Order Gradient)。

4.2 求解改进的数学模型PFSG

用ADMM算法求解数学模型PFSG的过程是。 首先通过引入辅助矩阵变量,将数学模型PFSG重新 描述为

$$(PFSG2) : \gamma_{1}, \gamma_{2}, \gamma_{3}^{\min}, \gamma_{4}, \gamma_{5}, \gamma_{6} \{\frac{1}{2} ||\gamma_{1} - Y||_{F}^{2} + \gamma ||\gamma_{2}||_{1} + \tau ||\gamma_{3}||_{*} + I_{R} + (\gamma_{4}) + \beta \frac{1}{2} ||\gamma_{5} - YM||_{F}^{2} + \eta \frac{1}{2} ||\gamma_{6} - YO||_{F}^{2} \}$$

s.t. $\gamma_{1} - \Theta W = 0, \gamma_{2} - W = 0, \gamma_{3} - W = 0$
 $\gamma_{4} - W = 0, \quad \gamma_{5} - \Theta WM = 0, \gamma_{6} - \Theta WO = 0$
(28)

构造模型PFSG的增强拉格朗日函数

$$L_{2}(\boldsymbol{W}, \gamma_{1}, \gamma_{2}, \gamma_{3}, \gamma_{4}, \gamma_{5}, \gamma_{6}) = \frac{1}{2} \|\gamma_{1} - \boldsymbol{Y}\|_{F}^{2} + \gamma \|\gamma_{2}\|_{1} + \frac{1}{2} \|\gamma_{5} - \boldsymbol{Y}\boldsymbol{M}\|_{F}^{2} + \eta \frac{1}{2} \|\gamma_{6} - \boldsymbol{Y}\boldsymbol{O}\|_{F}^{2} + tr[\boldsymbol{Z}_{1}^{T}(\boldsymbol{\gamma}_{1} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W})] + tr[\boldsymbol{Z}_{2}^{T}(\boldsymbol{\gamma}_{2} - \boldsymbol{W})] + tr[\boldsymbol{Z}_{3}^{T}(\boldsymbol{\gamma}_{3} - \boldsymbol{W})] + tr[\boldsymbol{Z}_{4}^{T}(\boldsymbol{\gamma}_{4} - \boldsymbol{W})] + tr[\boldsymbol{Z}_{5}^{T}(\boldsymbol{\gamma}_{5} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{M})] + tr[\boldsymbol{Z}_{6}^{T}(\boldsymbol{\gamma}_{6} - \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{O})] + \frac{\mu}{2} (\|\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W} - \boldsymbol{\gamma}_{1}\|_{F}^{2} + \|\boldsymbol{W} - \boldsymbol{\gamma}_{2}\|_{F}^{2} + \|\boldsymbol{W} - \boldsymbol{\gamma}_{3}\|_{F}^{2} + \|\boldsymbol{W} - \boldsymbol{\gamma}_{5}\|_{F}^{2} + \|\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{W}\boldsymbol{O} - \boldsymbol{\gamma}_{5}\|_{F}^{2})$$

$$(29)$$

采用ADMM算法求解模型PFSG,由于增加了 **O**的表达式,使得求解**W**的过程发生变化,总结 如下

$$\begin{aligned} \boldsymbol{J}^{t} &= \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\gamma}_{1}^{t} + \boldsymbol{\gamma}_{2}^{t} + \boldsymbol{\gamma}_{4}^{t} + \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\gamma}_{5}^{t} \mathrm{M}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\gamma}_{6}^{t} \mathrm{O}^{\mathrm{T}} \\ H^{t} &= \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Z}_{1}^{t} + \boldsymbol{Z}_{2}^{t} + \boldsymbol{Z}_{3}^{t} + \boldsymbol{Z}_{4}^{t} + \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Z}_{5}^{t} \mathrm{M}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Z}_{6}^{t} \boldsymbol{O}^{\mathrm{T}} \\ Finv &= (\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta} + 3\boldsymbol{I}_{N})^{-1} \\ \boldsymbol{A} &= -Finv(\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Theta}); \boldsymbol{B} = \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M} + \boldsymbol{O}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{C} &= Finv \times (\boldsymbol{H}^{t} + \boldsymbol{J}^{t}) \\ \boldsymbol{W}^{t+1} &= dlyap(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}^{t}) \end{aligned}$$
(30)

式中,t表示第t次的迭代;dlyap(.)表示关于矩阵 X的sylvester方程的解。sylvester方程的形式如下

AXB-X+C=0(Lu, 1986)辅助变量 γ_i (*i* = 1,2, 3, 4, 5); *Z_j*(*j* = 1,2,3,4,5)的迭代计算过程在论文(袁静, 2017b)已经提出,本节不再复述。由于*Z*^{*i*}₆, γ_6' 与新增加的一阶梯度的信息有关,总结其迭代计算方法如下: γ_6' 的迭代公式

$$y_{6}^{t+1} = \arg\min_{\gamma_{5}^{t}} \left(L_{2}(\boldsymbol{W}^{t+1}, \Upsilon_{1}^{t+1}, \gamma_{2}^{t}, \gamma_{3}^{t}, \gamma_{4}^{t}, \gamma_{5}^{t}, \gamma_{6}^{t}) \right) = \frac{1}{\mu + 2\beta} (2\beta \boldsymbol{Y}\boldsymbol{O} + \mu \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{W}^{t+1}\boldsymbol{O} - \boldsymbol{Z}_{6}^{t})$$
(31)

在Z₆的更新过程中通过归一化拉格朗日乘数, 建立对偶问题后,采用梯度上升的方法实现

$$\mathbf{Z}_{6}^{t+1} = \mathbf{Z}_{6}^{t} - (\boldsymbol{\Theta} \mathbf{W}^{t+1} \boldsymbol{O} + \boldsymbol{\gamma}_{6}^{t+1})$$
(32)

其收敛条件与Giampouras等(2016)和袁静等 (2018)一致。其他变量的迭代计算方法和迭代终止 条件与上类似。现将两个改进模型的算法统一整 理如算法1所示。

算法1 $ADS pLRU - FOG(\eta = 0)$ 和算法 $ADS pLRU - FSOG(\eta = 0)$ 的ADMM求解过程

输入 Y, O

设置:
$$t = 0, M; \boldsymbol{\Theta}; Finv = (\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta} + 3\boldsymbol{I}_{N})^{-1}; \boldsymbol{A} = -Finv(\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta});$$

数值计算方法(Iordache 等, 2012)。SVT(·)是用于优化低秩约束的数值计算方法(Giampouras 等, 2016)。

5 实验与分析

为了评价本文提出的融合变化信息的稀疏低 秩丰度估计算法(ADSpLRU-FSOG),分别针对1个 仿真数据和两个真实高光谱遥感数据开展相关实 验。并与CHyDU算法(Yang 等, 2016), ADSpLRU算 法(Giampouras 等, 2016)算法和ADSpLRU-FOG算 法(袁静等, 2018)进行比较。其中ADSpLRU算法, ADSpLRU-FOG算法和ADSpLRU-FSOG算法均为 基于3×3的滑动窗的局部算法。CHyDU算法属于同 时考察整幅光谱图像的全局算法。

(1)高光谱仿真数据库1。首先确定空间维的混 合像元的数量是9×9。然后,从USUG(Clark 等, 2007)库中随机选N个端元(N=50),每个端元有224个 波段的光谱信息,将50个端元的光谱信息组成 224×50的端元库Ø。根据Giampouras等(2016)提供 的方法生成稀疏度为20%的,秩为2的丰度矩阵 W(稀疏度20%说明矩阵W中含有20%的非零元 素)。丰度矩阵W维度是50×81(9×9=81)。采用 LMM混合模型叠加不同信噪比的白噪声和彩色噪 声生成观测光谱数据*Y*。信噪比SNR(Signal Noise Ratio)的选择值是[10dB, 15dB, 20dB, 25dB, 30dB, 35dB, 40dB]。每个信噪比生成10个不同的观测光 谱数据。每个数据的维度是224×81("81"表示的是 仿真观测光谱数据的空间维度是9×9)。

(2)实际高光谱数据1-Urban。高光谱图像数据 Urban, 307×307个像元,每个像元对应的是2 m的 地表区域。每个像元的光谱波段是210个,谱分辨 率是10 nm。由于水蒸气和空气的影响,删除了波 段1—4,6,87,101—111,136—373,198— 210的数据。Zhu等(2014b)对原始的Urban数据进行 处理后,得到含有162个波段的高光谱数据,该数 据中含有6种不同的地物:"#泥土","#金属", "#房屋","#树木","#草地"和"#柏油马路"。其端 元光谱库含有该六种地物在162个波段下的光谱数 据。该数据通过人工解译和基本的解混算法提供 了参考丰度。为了验证本文算法,本文截取30×30 的空间长方形区域。起始坐标(150,150)。数据维 度198×900("900"表示的是观测光谱数据的空间维 度是30×30)。

(3)实际高光谱数据2-JasperRidge库。高光谱图 像数据JasperRidge是流行高光谱数据(Zhu等, 2014b)。有512×614像素。有224个波段。光谱分辨 率高达9.46 nm。由于图像太复杂,Zhu等, (2014b)截取100×100像素的子图像。由于水蒸气和 大气效应密集,保留了198个通道。数据中含有 4个端元成分:"#路","#土壤","#水"和"#树"。 该数据通过手工选取端元和基本的解混算法提供 了参考丰度。为了验证本文算法,本文截取了30×30 的子图像。坐标始于(10,10)。数据维度是 198×900("900"表示的是观测光谱数据的空间维度 是30×30)。

首先给出CHyDU算法(Yang 等, 2016), ADSpLRU算法(Giampouras 等, 2016), ADSpLRU-FOG算法(袁静等, 2018), ADSpLRU-FSOG算法 的时间消耗实验和评价指标说明。然后从实验参 数设置,实验步骤等方面阐述实验过程,并针对 实验结果进行分析和讨论。

5.1 时间消耗实验

本实验的运行平台环境如下: CPU配置: 8个 CPU; 型号为Intel Coe i4; 内存: 16 G。

仿照Giampouras等(2016)和袁静(2017b)的局部 解混思想。针对仿真库1中的数据,采用9×224的滑 动窗("9"意味着3×3的滑动窗的大小)对81×224的混 合像元("81"指的是仿真观测光谱数据的空间维度 是9×9)进行丰度估计并统计所消耗的时间,其中, 最大迭代次数是9000次(共需要9个滑动窗口,每个 滑动窗口的最大迭代次数1000次),计算每迭代一 次的平均消耗的时间(表1)。该表格说明ADSpLRU 算法的计算速度最快,大约为0.488 ms; ADSpLRU-FOG算法的计算速度为4.6 ms,比 ADSpLRU算法的计算时间长,其原因是计算 ADSpLRU-FOG模型的过程中增加了一阶梯度信息 的优化过程。ADSpLRU-FSOG算法的计算速度是 5.3 ms,其原因是求解ADSpLRU-FSOG模型的过 程中增加了一阶梯度和二阶梯度信息的约束项。

表 1 计算时间比较 Table 1 Running time comparison

算法	CHyDU	ADSpLRU	ADSpLRU- FOG	ADSpLRU- FSOG
时间/s	531.3769	3.7116	33.8919	38.8363
迭代次数	5528	7608	7326	7209
时间/每次/ms	96.1	0.488	4.6	5.3

与局部解混思想不同的是,CHyDU算法是全局解混算法。其时间消耗高达96.1 ms。该算法需要进行字典学习以达到去噪目的,因此,其时间消耗最大。

总之,融入变化信息的丰度估计算法比 ADSpLRU算法的时间消耗更多,但比CHyDU算法 更节省时间。

5.2 评价指标

关于丰度估计的评价指标, 文献(Iordache M D, 2012)指出信号重建误差SRE(Signal Reconstruction Error)更能准确地评估丰度估计的性能, 建议采用 SRE代替均方根误差RMSE(Root Mean Square Error)。因此,本文采用SRE评价整体丰度估计效果; 用SREs评价每个基本端元的丰度估计效果。 SRE是丰度真值的能量与估计的丰度误差能量之比 (Iordache等, 2011),其定义如下

$$SRE = 10\log_{10}\left(\frac{||W||_F}{||W - W'||_F}\right)$$
 (33)

式中, W是丰度真值, W'表示丰度的估计值。 SRE值越大意味着估计效果越佳。与式(34)类似, SREs的定义如下

$$SRE = 10\log_{10} \left(\frac{\|W\|_F}{\|W' - W'_i\|_F} \right)$$
(34)

式中, W_i表示第*i*个端元的参考丰度; W_i'表示第 *i*个端元的估计丰度。

5.3 仿真实验

本节主要介绍融合信息变化差异的丰度矩阵 估计算法的各项性能。基于仿真库1开展收敛性、 抗噪性、参数影响3个方面的实验。

5.3.1 收敛性实验

本次实验旨在探索改进算法在迭代过程中的 收敛性。由于ADSpLRU-FSOG算法属于滑动窗的 局部算法,则仅比较其与ADSpLRU算法 (Giampouras等,2016)和ADSpLRU-FOG算法(袁静 等,2018)的收敛性能。实验数据采用的是仿真库 1中被30dB的高斯白噪声污染的仿真数据,运行 10次,采用归一化的均方误差 NMSE(Normalized Mean Square Error)作为度量收敛性能的指标。 该指标定义如下: NMSE(t) = $\frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p} \frac{||\mathbf{W}_i^i - \mathbf{W}_i||_F^2}{||\mathbf{W}_i|_F^2}$ (Giampouras 等,2016),式中, \mathbf{W}_i^i 是第i次实验的 第t次迭代的丰度矩阵的估计值, \mathbf{W}_i 是第i次实验的 丰度矩阵的真值,p=10.NMSE值越小意味着收敛效果 越佳。

实验结果(图3)说明含梯度信息的丰度估计算法较好地改进了ADSpLRU算法的收敛性。

ADSpLRU-FSOG算法比ADSpLRU-FOG增加了二阶梯度信息,所以其收敛性能最佳。



图 3 收敛性 Fig. 3 Convergent behavior

5.3.2 抗噪实验

本次实验探索改进算法在噪声干扰下的抗噪 能力。针对仿真库1中高斯白噪声污染的观测光谱 数据,分别采用4种不同的丰度估计算法进行估 计,计算其平均SRE值。同理,针对由彩色噪声污 染的光谱数据,采用相同的实验过程和实验方 法。实验过程中涉及到参数如表2所示。由于对不 同的光谱图像进行稀疏低秩丰度估计时,使得估 计效果最佳的稀疏参数是不同的。稀疏参数的大 小会直接影响到估计丰度的梯度。因此,为了更 好地利用梯度信息,本实验采取的策略是让稀疏 参数γ遍历参数集合,从中选择最佳的丰度估计结 果。同时,为了缩短实验时间,采用3个参数组成 该参数集合[10^(-8,-4,-2)]。此外,为了采用一阶 梯度和二阶梯度信息估计不同的光谱图像的最佳 丰度,需要不同的一阶梯度参数β和二阶梯度参数 η。因此,为了在丰度估计中更好地利用其一阶梯 度和二阶梯度,本实验采取的策略是让β和η遍历 参数集合[0,10^(-10:2:2)],并选择最佳的丰度估 计结果。

10	rs.cn		表 Table 2	2 参数设定 Parameters setting	IRNAL OF	日海	A-	
算法	γ	τ	μ	β	10 m No	$\tau_0 \eta_0$	μ_0	$ au_1$
ADSpLRU	[10^(-8,-4,-2)]	$\frac{1}{8.5}\delta$	0.01	—	KENST		_	_
ADSpLRU-FOG	[10^(-8,-4,-2)]	0.00001	0.01	$[0, 10^{\wedge}(-10:2:2)]$	24			_
ADSpLRU-FSOG	[10^(-8,-4,-2)]	0.00001	0.01	[0,10^(-10:2:2)]	[0,10^(-10:2:2)]		_	_
CHyDU	[10^(-8,-4,-2)]	_	0.01	_	_	$\frac{1}{8.5}\delta$ 1.15 δ	1	20

注: *δ*是观测光谱图像中高斯噪声的标准差。µ是算法模型的增强拉格朗日方程中的惩罚参数。该参数未出现在数学模型中。

为了说明表2与CHyDU算法模型的对应关系,现给出CHyDU算法 (Yang 等, 2016)的数学模型

$$\{ \boldsymbol{W}, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{D}, \{ \widehat{\boldsymbol{\alpha}_{i}} \} \} = \underset{W \in \boldsymbol{R}_{+}^{N \times PQ}}{\arg \min} (\tau_{0} || \boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y} ||_{F}^{2} + \frac{1}{\sum_{i=1}^{I} (|| \boldsymbol{R}_{i} \boldsymbol{X} - \boldsymbol{D} \alpha_{i} ||_{F}^{2} + \eta_{0} || \boldsymbol{\alpha}_{i} ||_{1}) + \mu_{0} || \boldsymbol{X} ||_{*} + \tau_{1} || \boldsymbol{X} - \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{W} ||_{F}^{2} + \gamma || \boldsymbol{W} ||_{1} + I_{R} + (\boldsymbol{W}))$$

$$(35)$$

(1)高斯白噪声:该实验旨在比较ADSpLRU-FOG算法、ADSpLRU-FSOG算法、ADSpLRU算法 和CHvDU算法在高斯白噪声环境下的抗噪性能 (图4)。经观察发现: ADSpLRU-FSOG算法优于其 他算法。分析原因如下: 4种算法均具有去噪能 力,在稀疏解混过程中,CHyDU算法在稀疏性重 视程度上是一样的(用相同稀疏参数),而局部算法 的对整幅图的稀疏性重视程度是不同的(用不同的 稀疏参数)。所以局部算法优于CHyDU的全局算 法。此外,由于增加了一阶梯度信息,ADSpLRU-FOG的丰度估计效果优于ADSpLRU。ADSpLRU-FSOG算法强化一阶梯度和二阶梯度信息使得丰度 估计效果较优于其他算法。此外,发现在10dB的 时候,ADSpLRU-FSOG算法比ADSpLRU-FOG算 法稍微差些分析其原因是:此次实验中存在稀疏 性约束参数为0.01的情况,此时,改进算法与原始 算法效果几乎一致或较差;分析其原因:当稀疏 参数大时,稀疏性弱,为零的项应该较多,该情 况意味着其一阶梯度和二阶梯度减少,易受噪声 信息影响, 使得改进算法的效果不够明显且容易 变差。





(2)有色噪声:在真实的高光谱图像中,破坏 数据的噪声往往比白噪声更加复杂。因此,为了 评估所提出的方法在实际条件下的抗噪性能,为 线性混合像元添加模拟的有色噪声(Giampouras 等,2016)。图5说明了对于不同的SNR值,改进算 法在SRE指标下的有效性。观察到ADSpLRU-FOG算法和ADSpLRU-FSOG在整个信噪比范围内 比其他算法获得更好的结果。此外,与ADSpLRU-FOG相比,ADSpLRU-FSOG的性能更好。该实验 结果说明了融合变化信息的丰度矩阵估计算法在 彩色噪声的干扰下具有较强的鲁棒性。且随着信 噪比的增加其抗噪能力更加明显。



5.3.3 参数η的实验

Giampouras等(2016)讨论了参数γ和τ对稀疏性 与低秩性的影响。袁静等(2018)介绍了梯度结构算 子与β之间的趋势性关系。本实验主要讨论η与二 阶梯度之间的趋势性关系。实验中首先通过一阶 梯度矩阵计算某丰度矩阵真值的一阶梯度,然后 将该一阶梯度矩阵按照论文(袁静等,2018)的方法 生成含有不同二阶梯度的观测光谱数据矩阵。最 后,用ADSpLRU-FSOG算法从观测光谱数据中估计 丰度矩阵,计算评价指标NMSE(图6)。实验效果显 示η的变范围是 [0,10⁻⁸,10⁻⁷,...,10⁷]。

当η较小时, ADSpLRU-FSOG算法退化为 ADSpLRU算法。不同颜色的曲线反映了在二阶梯 度增加或减小的情况下, NMSE随着η的变化过 程。在本次实验中, 红色实线代表二阶梯度达到 最大时的效果, 绿色线是二阶梯度减小时的效 果, 通过对矩阵W的一阶梯度做平滑处理而得到。 从图中可以发现当二阶梯度变大时, 存在某个有 效的η区域使得本文提出的ADSpLRU-FSOG算法明 显优于ADSpLRU算法;同时发现当二阶梯度最小时,如图6的绿色曲线从第8个参数的位置开始 NMSE值变大,这说明丰度估计的效果容易变差。 究其原因是当原图中二阶梯度信息太小,算法亦 容易将其视作噪声进行处理,此时干扰信息发挥 作用影响估计结果。



总之,二阶梯度越大其有效参数η区域越容易 获得。

5.4 效果可视化实验

5.4.1 基于仿真库1的可视化实验

本次实验通过可视化的方法检验改进算法在 丰度矩阵估计中的有效性。对仿真库1中由35dB的 高斯白噪声干扰的仿真数据进行丰度估计的结果 如图7所示。图8是图7的各个子图的一阶梯度。图9 是图7的各个子图的二阶梯度。各子图与相应的真 值图的相似性结果如表3所示。例如:行"图7",列 "SREs(子图(a),子图(b))"的值18.4922,表示度量图 7(a)与图7(b)相似度的SREs值是18.4922。颜色栏反 映了颜色与丰度值之间的对应关系。值得注意的 是:在本实验中,有的丰度梯度图最大值是2,有 的丰度梯度的最大值是1.5。在显示过程中,前者 数值为2的区域与后者数值为1.5的区域的可视化效 果相同。为了更好的与真值进行可视化地比较并 凸出视觉差异,将所有的丰度的一阶梯度数据(含 真值数据)统一进行归一化处理,处理后的数据范 围是[0,2],并得到图8所示的效果。按照同样的方 法处理所有丰度的二阶梯度得到如图9所示的 效果。此外,为了凸显差异,采用椭圆形在图7、 图8、图9中的部分差异区域进行了标记。图7、 图8、图9和表3表明: ADSpLRU-FOG算法能保持 一阶梯度信息并改善传统稀疏低秩的丰度矩阵估 计的效果; ADSpLRU-FSOG算法能进一步地较好 地保持数据的一阶梯度和二阶梯度信息,改善丰 度矩阵的估计效果。此外,对比图7(c),图7(d)和 图7(e)的标记区域发现:图7(e)的细节信息比图 7(d)的细节信息丰富;图7(d)的细节信息比图7(c)的 细节信息丰富。由此说明ADSpLRU-FSOG算法比 ADSpLRU-FOG算法提供更多的细节信息; ADSpLRU-FOG算法比ADSpLRU算法提供更多的 细节信息。



图 8 不同估计算法的丰度的一阶梯度图比较(高光谱仿真库1)

Fig. 8 Toy experiments on the first-order gradient of abundance (Simulated Hyperspectral Images 1)



图 9 不同估计算法的丰度的二阶梯度图比较(高光谱仿真库1)

Fig. 9 Toy experiments on the second-order gradient of abundance (Simulated Hyperspectral Images 1)

表 3 图7、图8和图9的各子图与相应真值图相似度 Table 3 SRE between estimated data and ground truth data in Fig. 7, Fig. 8 and Fig. 9

能保持较多的一阶梯度和二阶梯度信息,提高丰 度估计精度。

	1 -			
	SREs(子图(a),	SREs(子图(a),	SREs(子图(a),	SREs(子图(a),
	子图(b))	子图(c))	子图(d))	子图(e))
图7	18.4922	20.0227	22.3581	23.5581
图8	14.3485	13.9395	17.0965	18.5813
图9	15.4911	13.5238	17.0672	18.3925

5.4.2 基于实际光谱库(Urban)的可视化实验

本实验在实际光谱库1-Urban开展的可视化实 验。根据5.5.1节介绍的实验方法采用四种不同的 算法估计地物"草地"的丰度并进一步提取其一阶梯 度和二阶梯度(图10)。图10(b)是图10(a)的各子图的 一阶梯度。图10(c)是图10(a)的各子图的二阶梯 度。各子图与可视作真值的参考图进行比较得到 如表4所示结果。该图与表4表明:DSpLRU-FOG算法能保持一阶梯度信息,改善传统稀疏低 秩的丰度矩阵估计的效果;ADSpLRU-FSOG算法

表 4 图10的各子图与相应真值图相似度 Table 4 SRE between estimated data and ground truth data in Fig. 10

	SREs(子图(1),	SREs(子图(1),	SREs(子图(1),	SREs(子图(1),
	子图(2))	子图(3))	子图(4))	子图(5))
图10(a)	15.9218	15.9232	22.6432	15.9148
图10(b)	14.5783	14.5892	18.4688	14.5830
图10(c)	14.2584	14.2779	17.6564	14.2724

总之,上述两个可视化实验说明:在梯度信 息较丰富的情况下,ADSpLRU-FSOG算法能够保 持数据的一阶梯度和二阶梯度结构,改善丰度的 估计效果。分析其原因是:CHyDU算法通过字典 学习实现去噪,ADSpLRU通过稀疏低秩实现去 噪,这种去噪过程都会模糊图像边缘,而ADSpLRU-FOG算法和ADSpLRU-FSOG算法通过增加梯度约 束的方法,在去噪的同时尽量减弱去噪给图像边 缘模糊带来的影响。使得丰度估计效果较好。



图 10 不同算法估计"草地"丰度(Urban库) Fig. 10 Toy experiments (Urban)

实际高光谱图像的实验 5.5

本节对实际高光谱数据1(Urban库)和实际高光 谱数据2(Jasper Ridge库)开展丰度估计实验。比较 ADSpLRU-FSOG算法与ADSpLRU算法 (Giampouras 等, 2016), ADSpLRU-FOG算法(袁静 等, 2018)和CHyDU算法(Yang J, 2016)的丰度估 计效果。同时,为了评价ADSpLRU-FSOG算法, 在实际光谱实验中增加了融合二阶梯度的交替方 向稀疏低秩解混算法ADSpLRU-SOG(Alternating Direction Sparse and Low-Rank UnMixi-ng With Second-Order Gradient)。该算法是ADSpLRU-FSOG算法的特例, 仅考虑了二阶梯度信息, 未关 注一阶梯度信息。

jors.cn 5.5.1 实际光谱数据1-Urban

针对实际光谱数据1的实验过程如下:将其划 分为若干个3×3的子区域,分别采用ADSpLRU-FSOG算法、ADSpLRU-FOG算法和ADSpLRU-SOG算法估计每个子区域的丰度;而CHyDU算 法,是全局算法,通过对整个光谱数据1进行估计 得到其丰度。最后,与Zhu(2014)提供的参考丰度 进行对比。其参数设置如表2所示。丰度估计结果 如表5所示。表中的总SRE直接通过式(34)计算得 到。丰度估计效果如图11,图12所示。每行的第1 列是(Zhu等, 2014b)提供的Urban数据的参考丰度。

表 5	基于Urban光谱图像库的丰度矩阵估计效果
Table 5	SRE for different estimated Abundance on Urban

希告	S.C.		算法	NOT THE	1 st
山口	ADSpLRU	ADSpLRU-FOG	ADSpLRU-SOG	ADSpLRU-FSOG	CHyDU
SREs-泥土	12.3550	12.3630	12.1184	12.1484	12.2927
SREs-金属	8.5381	8.5206	2.7131	2.7431	8.6976
SREs-屋顶	13.7000	13.6967	3.2755	3.2755	13.6693
SREs-树	14.4755	14.4853	13.7234	13.8234	14.4735
SREs-草地	15.9218	15.9232	22.6132	22.6432	15.9148
SREs-柏油马路	13.4621	13.5224	13.1193	13.1493	13.8140
SRE	15.1106	15.1214	16.2549	17.1970	15.1152

注:斜体表示丰度估计效果最佳的数据。





Fig. 11 Estimated abundance map for component dirt and metal and roof in Real Hyperspectral Image 1



图 12 针对实际光谱库1中地物"树"、"草地"和"柏油马路"的丰度估计 Fig. 12 Estimated abundance map for component tree and grass and asphalt in Real Hyperspectral Image 1

通过表5和图12(b)可见: ADSpLRU-FSOG算 法估计地物"草地"的丰度的精度优于其他算法。从 图12(b)可见该图内部含有丰富的梯度信息。从图11(b), 图11(c)中发现该区域的地物"金属"和"屋顶"的丰度 较少,且梯度变化极小。因此,ADSpLRU-FSOG 算法对这种地物的估计效果与其他算法相比较 差,究其原因是这些地物的梯度变化信息较少, 容易将噪声视作梯度信息保留下来。总之,在该 实验数据上ADSpLRU-FSOG算法对丰度存在明显 梯度变化的地物进行丰度估计,效果较好。

5.5.2 实际光谱数据2- Jasper Ridge

针对实际光谱数据2,采用5.5.1节的实验方法 进行丰度估计实验(表6)。图13给出四种不同地物 丰度的可视化估计结果。ADSpLRU-FSOG算法与 ADSpLRU-FOG算法的丰度估计效果可视化效果不 够明显,为了突出差异,部分差异用椭圆形已经 圈出。通过表6和图13可见:ADSpLRU-FSOG算法 在地物"树木"和"水"的丰度估计较好。ADSpLRU-FOG算法在地物"土壤"和"道路"的丰度估计效果该 库上的丰度估计的总体效果较好于其他算法。其中ADSpLRU-FSOG算法估计土壤和道路的丰度中叠加了若干噪声。分析其原因:CHyDU(Yang等,2016)算法和ADSpLRU算法(Giampouras等,2016)均存在去噪能力,容易滤除其内部梯度信息,易模糊该端元丰度图的边缘。ADSpLRU-FOG算法(袁静等,2018),ADSpLRU-SOG算法通过梯度信息弱化了去噪带来的边缘模糊的情况。ADSpLRU-FSOG算法通过增加一阶梯度约束和二阶梯度约束进一步强化局部细节,能够提高丰度估计精度,但容易带来额外的噪声。

表 6 基于Jasper Ridge光谱图像库的丰度矩阵估计效果 Table 6 SRE For different estimated abundance on Jasper Ridge

ن بليد			算法		
端兀	ADSpLRU	ADSpLRU-FOG	ADSpLRU-SOG	ADSpLRU-FSOG	CHyDU
SREs-树	18.5032	18.5062	19.1972	19.1981	18.5046
SREs-水	18.3662	18.3720	20.9012	20.9021	18.3771
SREs-土壤	20.6450	20.6481	19.9209	19.9198	20.6457
SREs-路	17.2642	17.2723	15.4373	16.4385	17.2207
SRE	18.6509	18.6602	20.2815	20.2983	18.6699
注:黑斜体表示	丰度估计效果最佳的数	汝据。		N.101	
105 M	<u>金米士</u> 府	ADSpI DI ADSpI DI	LEOG ADSHIPU SOG	ADS NI PULESOG	CHEDU
	参考丰度	ADSpERO ADSpERO	ADSpERO-SOG	ADSpERO-FSOG	Снуро
10	160	86 86			8.6
1.0					
0.9					
			(a) 树 (a) Tree		
0.8					
0.7	100	· * · · *		ŏ	- *
		21 21		17.00	
0.6					
0.5			(b) 水 (b) Water		
- 0.5	-	-		And the second s	
0.4		R. R.			.
		#* #*			
0.3					
0.2			(c) 土壤		
0.2	_		(c) Soil	-	
0.1	1.000	1.4.1	- 1 E + 2	1 4 1	1
	1 10	1 1 1 1 1		1 C 1 C 1 C 1 C 1 C 1 C 1 C 1 C 1 C 1 C	
0					
			(d) 路		

(d) Road

图 13 针对实际光谱库2的丰度估计效果

Fig. 13 Estimated abundance map for different component in Real Hyperspectral Image 2

6 结 论

本文首先从数学理论上证明了将一阶梯度差 异和二阶梯度差异项添加到带约束的线性回归模 型中是有效的。其次利用该信息改进稀疏低秩丰 度估计算法模型,推导出采用sylvester方程求解新 模型的方法。通过实验证明了当光谱数据空间维 的梯度信息较丰富时,融合数据内部变化信息差 异的丰度估计能够改进收敛效果,保持一阶梯度 和二阶梯度信息,较好地提高丰度估计的精度, 改善抗噪性能。但当梯度信息太少时,容易受到 噪声干扰。如何改善该情况将是下一步研究的主 要内容。同时,按照同样的思路,三阶梯度以及 更高阶梯度信息的加入给稀疏低秩丰度矩阵估计 带来的影响将是未来研究的主要方向之一。

志 谢 本研究部分实验和数据得到希腊国 家天文台的空间应用与遥感研究所(IAASARS)的 Paris V.Giampouras的帮助和指导。

参考文献(References)

- Babacan S D, Luessi M, Molina R and Katsaggelos A K. 2012. Sparse Bayesian methods for low-rank matrix estimation. IEEE Transactions on Signal Processing, 60(8): 3964–3977 [DOI: 10.1109/ TSP.2012.2197748]
- Bach F R. 2008. Consistency of trace norm minimization. The Journal of Machine Learning Research, 9: 1019–1048
- Bioucas-Dias J M, Plaza A, Dobigeon N, Parente M, Du Q, Gader P and Chanussot J. 2012. Hyperspectral unmixing overview: geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 5(2): 354–379 [DOI: 10.1109/JSTARS.2012. 2194696]
- Boyd S, Parikh N, Chu E, Peleato B and Eckstein J. 2011. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers. Foundations and Trends® in Machine Learning, 3(1): 1–122 [DOI: 10.1561/2200000016]
- Candès E J, Romberg J and Tao T. 2006. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. IEEE Transactions on Information Theory, 52(2): 489–509 [DOI: 10.1109/TIT.2005.862083]
- Chen F and Zhang Y. 2013. Sparse hyperspectral unmixing based on constrained L_p-L₂ optimization. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 10(5): 1142–1146 [DOI: 10.1109/LGRS.2012. 2232901]

- Chen L S and Huang J Z. 2012. Sparse reduced-rank regression for simultaneous dimension reduction and variable selection. Journal of the American Statistical Association, 107(500): 1533–1545 [DOI: 10.1080/01621459.2012.734178]
- Clark R N, Swayze G A, Wise R, Livo E, Hoefen T, Kokaly R F and Sutley S J. 2007. USGS digital spectral library splib06a. Reston, VA: U. S. Geological Survey
- Feng R Y, Zhong Y F and Zhang L P. 2016. Adaptive spatial regularization sparse unmixing strategy based on joint MAP for hyperspectral remote sensing imagery. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 9(12): 5791–5805 [DOI: 10.1109/JSTARS.2016.2570947]
- Giampouras P V, Themelis K E, Rontogiannis A A and Koutroumbas K D. 2016. Simultaneously sparse and low-rank abundance matrix estimation for hyperspectral image unmixing. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 54(8): 4775–4789 [DOI: 10.1109/TGRS.2016.2551327]
- Golbabaee M and Vandergheynst P. 2012. Compressed sensing of simultaneous low-rank and joint-sparse matrices. eprint arXiv: 1211. 5058
- Iordache M D, Bioucas-Dias J M and Plaza A. 2011. Sparse unmixing of hyperspectral data. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 49(6): 2014–2039 [DOI: 10.1109/TGRS.2010. 2098413]
- Iordache M D, Bioucas-Dias J M and Plaza A. 2012. Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 50(11): 4484–4502 [DOI: 10.1109/TGRS.2012.2191590]
- Iordache M D, Bioucas-Dias J M and Plaza A. 2014. Collaborative sparse regression for hyperspectral unmixing. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 52(1): 341–354 [DOI: 10.1109/TGRS.2013.2240001]
- Lu T X. 1986. Solution of the matrix equation AX-XB = C. Computing, 37(4): 351–355 [DOI: 10.1007/BF02251092]
- Negahban S and Wainwright M J. 2011. Estimation of (near) low-rank matrices with noise and high-dimensional scaling. The Annals of Statistics, 39(2): 1069–1097 [DOI: 10.1214/10-AOS850]
- Oymak S, Jalali A, Fazel M, Eldar Y C and Hassibi B. 2015. Simultaneously structured models with application to sparse and low-rank matrices. IEEE Transactions on Information Theory, 61(5): 2886–2908 [DOI: 10.1109/TIT.2015.2401574]
- Qian Y T, Jia S, Zhou J and Robles-Kelly A. 2011. Hyperspectral unmixing via L_{1/2} sparsity-constrained nonnegative matrix factorization. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 49(11): 4282–4297 [DOI: 10.1109/TGRS.2011.2144605]
- Qu Q, Nasrabadi N M and Tran T D. 2014. Abundance estimation for bilinear mixture models via joint sparse and low-rank representation. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing,

52(7): 4404–4423 [DOI: 10.1109/TGRS.2013.2281981]

- Richard E, Obozinski G and Vert J P. 2014. Tight convex relaxations for sparse matrix factorization//Advances in Neural Information Processing Systems 27. Montreal, Canada: Curran Associates, Inc.: 3284-3292
- Richard E, Savalle P A and Vayatis N. 2012. Estimation of simultaneously sparse and low rank matrices//Proceedings of the 29th International Conference on International Conference on Machine Learning. Edinburgh, Scotland: ACM: 51-58
- Rontogiannis A A, Themelis K, Sykioti O and Koutroumbas K. 2013. A fast variational Bayes algorithm for sparse semi-supervised unmixing of OMEGA/Mars Express data//2013 5th Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing. Gainesville, FL, USA: IEEE: 1-4 [DOI: 10.1109/WHIS-PERS.2013.8080749]
- Rosin P L. 2001. Robust pixel unmixing. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 39(9): 1978–1983 [DOI: 10.1109/36.951088]
- Sigurdsson J, Ulfarsson M O and Sveinsson J R. 2014. Hyperspectral unmixing with L_q regularization. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 52(11): 6793–6806 [DOI: 10.1109/TGRS.2014.2303155]
- Sun L, Jeon B, Zheng Y H and Chen Y J. 2016. Hyperspectral unmixing based on L_1 - L_2 sparsity and total variation//2016 IEEE International Conference on Image Processing. Phoenix, AZ, USA: IEEE: 4349-4353 [DOI: 10.1109/IeIP.2016.7533181]
- Tang W, Shi⁷Z W and Duren Z. 2014. Sparse hyperspectral unmixing using an approximate L_0 norm. Optik, 125(1): 31–38 [DOI: 10.1016/j.ijleo.2013.06.073]
- Themelis K E, Rontogiannis A A and Koutroumbas K. 2010. Semi-supervised hyperspectral unmixing via the weighted lasso//IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Dallas, Texas, USA: IEEE: 1194–1197 [DOI: 10.1109/ICASSP.2010.5495385]

- Themelis K E, Rontogiannis A A and Koutroumbas K D. 2012. A novel hierarchical Bayesian approach for sparse semisupervised hyperspectral unmixing. IEEE Transactions on Signal Processing, 60(2): 585–599 [DOI: 10.1109/TSP.2011.2174052]
- Yang J X, Zhao Y Q, Chan J C W and Kong S G. 2016. Coupled sparse denoising and unmixing with low-rank constraint for hyperspectral image. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 54(3): 1818–1833 [DOI: 10.1109/TGRS.2015.2489218]
- Yi C, Zhao Y Q, Yang J X, Chan J C W and Kong S G. 2017. Joint hyperspectral superresolution and unmixing with interactive feedback. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 55(7): 3823–3834 [DOI: 10.1109/TGRS.2017.2681721]
- Yuan J and Zhang Y J. 2017. Application of sparse denoising auto encoder network with gradient difference information for abnormal action detection. Acta Automatica Sinica, 43(4): 604–610 (袁静,章毓晋. 2017. 融合梯度差信息的稀疏去噪自编码网络在异常行为检测中的应用. 自动化学报, 43(4): 604–610) [DOI: 10.16383/j.aas.2017.c150667]
- Yuan J, Zhang Y J and Yang D H. 2018. Sparse and low-rank abundance estimation with structural information. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 37(2): 144–153 (袁静, 章毓晋, 杨德贺. 2018. 融入结构信息的稀疏低秩丰度估计在光谱解混中的应用. 红外与毫米波学报, 37(2): 144–153)
- Zhang X D. 2013. Matrix Analysis and Applications. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press: 44 (张贤达. 2013. 矩阵分析与应用. 2版. 北京: 清华大学出版社: 44)
- Zhu F Y, Wang Y, Fan B, Xiang S M, Meng G F and Pan C H. 2014a. Spectral unmixing via data-guided sparsity. IEEE Transactions on Image Processing, 23(12): 5412–5427 [DOI: 10.1109/TIP.2014. 2363423]
- Zhu F Y, Wang Y, Fan B, Meng G F and Pan C H. 2014b. Effective spectral unmixing via robust representation and learning-based sparsity. eprint arXiv: 1409. 0685





Sparse and low-rank abundance estimation with internal variability

YUAN Jing^{1,2}, ZHANG Yujin¹

www.jors.cr 1. Department of Electrical and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. Institute of Disaster Prevertion, Langfang 065201, China

Abstract: Abundance estimation (AE) plays an important role in the processing and analysis of hyperspectral images. Constrained linear regression is usually developed to estimate abundance matrix due to its simplicity and mathematical tractability. However, this approach only focuses on the fitness between the estimated and ground-truth data without considering the internal variability such as the similarity among the first-order gradients and among the second-order gradients. To improve the accuracy of the AE, a novel method of adding internal variability to sparse low-rank AE was proposed.

First, first- and second-order gradient constraint terms were used to modify the traditional mathematical model of sparse and low-rank AE. Second, norm inequality and optimization theory were applied to demonstrate the validity of the novel model. The model has been proven applicable to other related fields under constraint conditions. Third, auxiliary variables were utilized to transform the mathematic model to the enhanced Lagrange function (ELF). Finally, the ELF was solved by the alternating direction method of multipliers to estimate the abundance of hyperspectral images. In general, the traditional method of sparse and low-rank AE is the alternating direction sparse and low-rank unmixing (ADSpLRU). In this study, ADSpLRU-FOG refers to the method that adds the first-order gradient to the sparse and lowrank AE, whereas ADSpLRU-FSOG refers to the method that adds first- and second-order gradients to the sparse and low-rank AE.

Experiment carried on the USUG library showed that, (1) in the convergent experiment, ADSpLRU-FOG and ADSpLRU-FSOG algorithms converged to a slightly lower NMSE than ADSpLRU. ADSpLRU-FSOG algorithm converged to the lowest NMSE among the three methods. (2) In the robust experiment, ADSpLRU-FOG and ADSpLRU-FSOG algorithms reached higher estimation accuracy than ADSpLRU in terms of SRE under white and colored noises. Among them, ADSpLRU-FSOG achieved remarkably higher SRE value than the other methods. (3) In the visual experiment, ADSpLRU-FOG algorithm could maintain the first-order gradient structure of the data more than ADSpLRU. Meanwhile, the ADSpLRU-FSOG algorithm could preserve the second-order gradient structure of the data better than AD-SpLRU-FOG and ADSpLRU algorithms. Experiment based on the Urban and Jasper actual hyperspectral database showed that the accuracy of abundance matrix estimation from ADSpLRU-FSOG was better than those from ADSpLRU and ADSpLRU-FOG.

Experimental results suggest that the novel method of adding the internal variability to the abundance matrix estimation can improve convergent behavior, maintain the structure of information of first-order and second-order gradients, obtain comparable estimation accuracy, and enhance robust performance for AE.

Key words: abundance estimation, CLR, internal variability, sparse and low-rank, ADMM Supported by National Natural Science Foundation of China (No. 61673234, U1636124)

www.jors.cn

OURNAL OF HA

遥感学报

启功先生创刊题名



封面说明

About the Cover 中国甘肃酒泉区域的東光證影像 Hyperspectral image of Jiuguan Area in Gansu Province, China

封面图片为 OHS-2C(贵阳一号) 离光道卫星于 2018 年 8 月 16 日获取的甘肃省逐泉区域的标准做彩色运感影像。OHS-2C(贵阳一号) 属于"琼海一号" 卫星星座,是由珠海欲比特字航科技股份有限公司发射并运营的商业运感微纳卫星星座。星座规划由 34 颢不同种类的卫星组成,目前已发射升空 3 颢 视频星,4 颢冕光道星,并计划于 2019 年 8 月继续发射 5 颢卫星。每颢 OHS 离光道卫星均配置 1 台空间分辨率优于 10 m、44% 宽化于 150 km 的离光 诸相机。单颢 OHS 高光道卫星的最大成像范围是 150 km×2500 km(即 37.5 万 km³),4 颢卫星可实现每 5 d 左右对全球重营扫描一遍,对于特定地 区可以每天多通量访扫描。OHS 离光道卫星光道分辨率为 2.5 nm (400—1000 nm),可以检测到光道信息的细微差异,大大连裹了区域范围内图像信息采集能力,对适感信息的定量分析和更精细化的动物识所有重大意义,可广泛应用于农业、林业、水利、环境保护等领域。

The cover image shows the standard pseudocolor image of Jiuquan, Gansu, which was obtained by OHS-2C (Guiyang-1) hyperspectral satellite on August 16, 2018. The features of sandy land, vegetation and road are clear.OHS-2C (Guiyang-1) hyperspectral satellite belongs to "Zhuhai-1" satellite constellation, which is a commercial remote sensing micro-nano satellite constellation launched and operated by Zhuhai Obit Aerospace Technology Co., Ltd. The Planned constellation consists of 34 different kinds of satellites. At present, three video satellites and four hyperspectral satellites have been launched, and five satellites are scheduled to be launched in August 2019.Each OHS hyperspectral satellite is equipped with a hyperspectral camera with spatial resolution more than 10 m and width more than 150 km. The maximum imaging range of a single OHS hyperspectral satellite is 150 km× 2500 km (i.e. 375,000 square kilometers). Four satellites can achieve global coverage scanning once in about five days, and multiple visits can be made daily for specific areas. OHS hyperspectral satellite has a spectral resolution of 2.5 nm (400—1000 nm). It can test the subtle differences of spectral information, which can greatly improve the ability of information acquisition in the research area. It has great significance for quantitative analysis of remote sensing information and more refined recognition of land features. It can be widely used in agriculture, forestry, water conservancy, environmental protection and other fields.

遥感学报

YAOGAN XUEBAO (双月刊 1997年创刊) 第23卷 第4期 2019年7月25日

JOURNAL OF REMOTE SENSING

(Bimonthly, Published since 1997)

Vol.23 No.4 July 25, 2019

主	管	中国科学院	Superintended	by	Chinese Academy of Sciences
主	办	中国科学院遥感与数字地球研究所 中国地理学会环境遥感分会	Sponsored	by	Institute of Remote Sensing and Digital Earth, CAS The Associate on Environment Remote Sensing of China
主	编	顾行发	Editor in Chief		GU Xingfa
编	铒	《遥感学报》编委会 北京市瑞馆区北四年西路19号 邮编:100190 电话:86-10-58887052 http://www.jors.cn	Edited	by	Editorial Board of Journal of Remote Sensing Add: P.O.Box 2702, Beijing 100190, China Tel: 86-10-58887052 http://www.jors.cn
		E-mail: jrs@radi.ac.on			E-mail: jrs@radi.ac.cn
出	版	林孝文及社	Published	by.	Science Press
印刷	装订	北京科信印刷有限公司	Printed	by	Beijing Kexin Printing Co. Ltd.
2 3	行行	4月 4月 42 42 44 44 北京东武城橋北振16号 国内邮发代号:82-324 部政编码:100717 电话:86-10-64017032 海宝店铺名称:中科题刊	Distributed	by	Science Press Add: 16 Donghuangchenggen North Street, Beijing 100717, China Tel: 86-10-64017032 Taobao:Zhongke Journal
国外发	发行	中国因际图书贸易总公司 北京 399 信赖 邮政编码: 100044 国外发行代号: BM 1002	Overseas distributed	by	China International Book Trading Corporation Add: P.O.Box 399, Beijing 100044, China

中国标准连续出版物号: <u>ISSN 1007-4619</u> CN 11-3841/TP CODEN YXAUAB eISSN 2095-9494 定价: 70.00元



ISSN 1007-4619