# 基于多磁信标的指纹匹配定位算法

郑元勋1,2,李清华1,王常虹1,黄远3,钟佳朋4

哈尔滨工业大学 空间控制与惯性技术研究中心,哈尔滨 150001;
 中国兵器工业集团 航空弹药研究院,哈尔滨 150030;
 1. 中核核电运行管理有限公司,海盐 314300;
 4. 哈尔滨工业大学(鞍山) 工业技术研究院,鞍山 114000

**摘 要:**针对室内、地下以及障碍物较多的复杂环境中,可用导航源匮乏问题,本文提出一种利用低频时变磁 场实现目标高精度位置与姿态解算的解决方案。传统时变磁场定位方法要求磁信标坐标系与目标坐标系一致且 无法解算目标相对姿态角信息,同时精度普遍较差。本文提出的方案在解决传统方案的局限性基础上,又提出 一种基于指纹匹配的改进方案,具有穿透性好、鲁棒性强且精度高的特点。首先根据空间中测量磁场计算磁信 标接收信号强度RSSI (Received Signal Strength Indicator) 拟合直线,根据指纹匹配原理估计目标位置;再根据测 量磁场方向矢量模型,反演解算目标姿态角信息,实现目标位置与姿态信息解算过程,研究并分析了磁信标导 航系统误差来源及解决方案;最后通过对比实验,验证本文提出的算法在实验条件下,位置估计误差期望为 0.069 m,姿态角估计误差期望为2.3°,且误差不随时间积累,相对于传统的磁信标导航方案具有明显优势,具 有较高的工程应用价值。

关键词: 位姿解算, 磁信标模型, 地下与室内导航, 指纹匹配算法

引用格式:郑元勋,李清华,王常虹,黄远,钟佳朋.2022.基于多磁信标的指纹匹配定位算法.遥感学报,26(10):2073-2082 Zheng Y X, Li Q H, Wang C C, Huang Y and Zhong J P. 2022. Accurate navigation and positioning method based on magnetic beacon. National Remote Sensing Bulletin, 26(10):2073-2082[DOI:10.11834/jrs.20210056]

1 引 言

近年来,人们对导航定位需求与日俱增。然 而在地下、室内以及障碍物分布密集的环境中, 由于GPS信号穿透力较弱,很难实现精确定位, 而惯性导航元件误差随时间积累(Li等,2017), 无法长时间提供稳定、准确的导航定位服务。因 此需要一种稳定、可靠、无累积误差的高精度导 航解算方案。针对这些特殊环境下导航源匮乏 的问题,利用低频交变磁场穿透力强,误差不随 时间累积等优点实现导航定位(Popek,2013; Pasku等,2017; Wu等,2016),逐渐受到越来越 多学者的关注。

Dionigi等(2014)通过研究两个通电线圈空间感应磁矩关系,得出空间中感应磁场磁矩的模

型; De Angelis等 (2015) 在其模型基础上,通过 建立至少3个磁信标的方式,测算感应磁场磁矩大 小,解决了三维空间中目标位置解算问题;其他 的研究中 (Blankenbach 等,2012; Hllmers 等, 2018; Norrdine 等,2016),在相似方法基础上进 行优化,同样实现高精度的目标位置解算。然而 其方案均无法实现对目标姿态信息的解算。宗艳 波等 (2011,2016)的研究中提出一种磁偶极子 模型,通过产生以一定角频率旋转的磁场计算目 标的相对方位,解决钻井过程中钻头地下定位的 问题。但其提出的单磁信标解算模型仅在钻井等 特殊环境下具有好效果,存在一定局限性。Son和 Lee (2008)、谢阳光等 (2019)、Kumar等 (2017)、 姜浩等 (2016)的研究对磁偶极子模型做出进一 步优化,磁偶极子模型更精确,提高系统定位精

收稿日期: 2020-03-01; 预印本: 2020-11-04

基金项目:国家自然科学基金(编号:61403095)

**第一作者简介:**郑元勋,研究方向为磁信标导航定位方法、机会信号导航定位方法及置信评估、多源信息融合滤波算法。E-mail: 252988642@qq.com

通信作者简介:王常虹,研究方向为导航、制导与控制相关研究。E-mail: cwang.hit.edu.cn

度。但模型中要求基于磁偶极子建立的磁信标坐标系必须与目标的坐标系一致,或根据惯性测量元件(IMU)进行估计补偿,这在实际应用中存在很大的局限性,且随着工作时长增加与IMU误差不断积累,最终会导致误差逐渐变大甚至失效。 Tang等(2017)提出基于指纹匹配的磁信标定位方案,具有较高的应用价值,但依然无法实现对目标姿态信息的解算,且精度有限。

综合考虑已有研究方案的局限性,针对地下、 室内以及障碍物分布密集的环境中GPS失效,稳 定可靠的导航源匮乏问题,本文提出一种利用低 频时变磁场方向矢量对目标位置与相对姿态信息 解算的方案,弥补传统磁信标导航无法解算目标 姿态的问题。在此基础上,提出一种改进的利用 指纹匹配的算法,在无需目标与磁信标坐标系始 终保持一致的前提上,仍能实现对目标相对姿态 信息的准确解算,且误差不随时间积累,具有较 高的工程应用价值。

## 2 磁信标磁场建模及分析

#### 2.1 双轴螺线管磁信标测量模型

谢阳光等(2019)在研究中发现,磁性物体 产生的磁场可等效为一个或多个磁偶极子组合单 元。设*i*, *j*, *k*为笛卡尔坐标系中三轴方向单位矢 量,设磁信标坐标系与目标传感器坐标系一致, 则组成磁信标的两个相互正交螺线管如图1所示。





在目标处 
$$P(r, \varphi, \theta)$$
的感应磁场可表示为:  

$$\begin{cases}
B_{c}(t,r) = \frac{\mu_{0} | \boldsymbol{m}_{c} | \cos \omega t}{4\pi r^{3}} \left[ (3u^{2} - 1)\boldsymbol{i} + 3uv\boldsymbol{j} + 3ue\boldsymbol{k} \right] \\
B_{s}(t,r) = \frac{\mu_{0} | \boldsymbol{m}_{s} | \sin \omega t}{4\pi r^{3}} \left[ 3uv\boldsymbol{i} + (3v^{2} - 1)\boldsymbol{j} + 3ve\boldsymbol{k} \right]
\end{cases}$$
(1)

式中,  $B_{e}(t, r)$  和 $B_{s}(t, r)$ 表示两个正交螺线管在 目标位置产生的感应磁场;  $\mu_{0} = 4\pi \times 10^{-7} H/m$ 表 示真空中的磁导率;  $\omega$ 表示磁信标中激励电流角频 率; r表示磁信标中心到目标位置的相对距离; t为 采样时间;  $m_{e} = m_{s}$ 分别表示两个螺线管磁矩; u、 v和e分别如下:

 $u = \sin \varphi \cos \theta, v = \sin \varphi \sin \theta, e = \cos \varphi$  (2) 式中,  $\theta \pi \varphi \beta$ 别表示正交螺线管中心与目标点之 间的相对偏航角和俯仰角;并且同周期内,磁信 标两个螺线管中的激励电流L和L可表示为:

$$I_c = A\sin\omega t, I_s = B\sin\omega t \tag{3}$$

激励电流为同频率电流,理论上保持两个正 交螺线管激励电流强度相等,即A=B,使目标位 置产生磁场强度相同。但由于实际中螺线管制作 工艺以及驱动误差等因素,很难实现在同一位置 产生大小完全相等的磁场。

磁信标螺线管是正交的,因此磁信标驱动电流可认为是一个在 $\Delta xoy$ 平面以z轴为角速度方向旋转的椭圆激励电流。 $m = m_e + m_s$ ,于是在目标位置处也存在一个与之对应的椭圆磁场,如图2所示,任意时刻t, x轴向通电螺线管在目标点处产生的时变磁场为 $B_e(t)$ ; y轴向通电螺线管在目标点 处产生的时变磁场为 $B_e(t)$ ; g轴向通电螺线管在目标点处的叠加磁场,其随时间t成椭圆形状变化;根据时变磁场 $B_e(t)$ 和 $B_s(t)$ 在目标点处提取的不变特征矢量为 $B_{cro}$ 。

$$B(t) = B_{c}(t) + B_{s}(t) =$$

$$\frac{\mu_{0}|\boldsymbol{m}|}{4\pi r^{3}} \begin{bmatrix} (3u^{2} - 1)\cos(\omega t) + 3uv\sin(\omega t) \\ 3uv\cos(\omega t) + (3v^{2} - 1)\sin(\omega t) \\ 3ue\cos(\omega t) + 3ve\sin(\omega t) \end{bmatrix}$$

$$(4)$$

$$T = \begin{bmatrix} z \\ w_{cs} \\ r \\ w_{cs} \\ r \\ w_{cs} \\ r \\ w_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{cs} \\ B_{cs} \\ B_{cs} \\ B_{cs} \\ p \\ w_{cs} \\ r \\ w_{cs} \end{bmatrix}$$



理想情况下,目标处感应磁场任意时刻测量 磁场*B*(*t*)在同一平面内,平面的法向量满足:

$$B_{cs} = B_{c} \times B_{s} = \frac{\mu_{0}^{2} |\boldsymbol{m}_{c}| |\boldsymbol{m}_{s}| \sin \omega t \cos \omega t}{(4\pi r^{3})^{2}} \begin{bmatrix} 3ue \\ 3ve \\ 3e^{2} - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{csx} \\ B_{csy} \\ B_{csy} \end{bmatrix} = \frac{\mu_{0}^{2} |\boldsymbol{m}_{c}| |\boldsymbol{m}_{s}| \sin \omega t \cos \omega t}{(4\pi r^{3})^{2}} \begin{bmatrix} 3\sin\varphi \cos\varphi \cos\theta \\ 3\sin\varphi \cos\varphi \sin\theta \\ 3\cos^{2}\varphi - 2 \end{bmatrix}$$
(5)

 $B_{a}$ 始终在同一直线系上随角频率变化而变化, 根据 $B_{a}$ 的方向不变性,即可解算目标的相对方位 角 $\theta$ 与俯仰角 $\varphi$ ,定义磁场方向矢量 $B_{a}$ 与z轴夹角 为 $\varphi_{a}$ ,存在:

$$\tan\varphi_{\rm cs} = \frac{\sqrt{B_{\rm csx}^2 + B_{\rm csy}^2}}{B_{\rm csz}} = \frac{3\sin 2\varphi}{3\cos 2\varphi - 1} \tag{6}$$

于是可根据 $\varphi_{s}$ 计算得到目标相对于磁信标的 方位角 $\theta$ 与俯仰角 $\varphi$ :

$$\begin{cases} \varphi = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \varphi_{cs} - a \sin\left(\frac{\tan \varphi_{cs}}{3\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{cs}}}\right) \right) & \varphi_{cs} < 90^\circ \\ 35.2644^\circ & \varphi_{cs} = 90^\circ \\ \frac{1}{2} \left( \varphi_{cs} + \arcsin\left(\frac{\tan \varphi_{cs}}{3\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{cs}}}\right) \right) & \varphi_{cs} > 90^\circ \\ \theta = \operatorname{atan} \frac{B_{csy}}{B_{csx}} \end{cases}$$

实际中,由于磁信标两个螺线管存在非正交 误差、激励电流存在频率误差等因素影响, $B_{c}(t)$ 与 $B_{c}(t)$ 并不能保持时刻在同一平面内,因此得到 更准确的磁场方向矢量 $B_{c}$ 估计结果,取同一激励 周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 内的任意两时刻 $t_{1} = t_{2}$ 测量磁场矢量 进行叉乘,则存在如下关系:

同理

$$\boldsymbol{B}_{cs}(k_2) = \boldsymbol{B}(t_3) \times \boldsymbol{B}(t_2)$$
(9)

理想情况下,合成感应磁场*B*(*t*)的旋转轨迹为圆,如图3中虚线椭圆所示,存在如下表述:

 $\boldsymbol{B}_{cs}(k_1) = \boldsymbol{B}(t_2) \times \boldsymbol{B}(t_1)$ 

$$\boldsymbol{B}_{cs}(k_1) = \boldsymbol{B}_{cs}(k_2) = \boldsymbol{B}_{cs}^0 \tag{10}$$

式中, $B^0_{es}$ 表示理想情况下的磁场法向量。

但实际中B(t)的旋转轨迹存在畸变,使其不 一定在同一平面内。假设同一周期内测量感应磁 场方向矢量 $B(t_1)$ 与 $B(t_2)$ 满足 $t_2 - t_1 \approx \frac{T}{4}$ ,当存在 N次测量磁场法向矢量 $B_{\alpha}(k)$ ,  $k = 1, \dots, N$ 以及 M次感应磁场矢量 $B(t), t = 1, \dots, M$ 时,可通过 求解如下目标函数最小估计得到 $\hat{B}_{es}$ 与 $\hat{B}(t)$ :

$$\begin{cases} \min\left(J_{cs} = \sum_{k=1}^{N} \left(\left\|\boldsymbol{B}_{cs}(k) - \hat{\boldsymbol{B}}_{cs}\right\|\right)^{2}\right) \\ \min\left(J = \sum_{t=1}^{M} \left(\left\|\boldsymbol{B}(t) - \hat{\boldsymbol{B}}\right\|\right)^{2}\right) \end{cases}$$
(11)





再根据 $\hat{B}_{a}$ 即可根据式计算得到目标相对于磁 信标的方位角 $\theta$ 与俯仰角 $\varphi$ 。定义本文用于解算的 方向矢量分别为 $B_{a}$ 与B。

## 2.2 基于RSSI的多磁信标位置与姿态解算方法

磁信标尺寸与距目标的距离满足工程条件: 距目标距离大于2倍磁信标最大尺寸(张朝阳等, 2010; Nelson, 1988)时,根据毕奥-萨伐尔定律 及式,目标处测量感应磁场可表示为

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\left(\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \cdot \mathbf{m}\right) \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} - \mathbf{m}}{|\mathbf{r}|^3}$$
(12)

式中, r表示由磁信标指向目标的距离矢量, m表示磁信标磁矩矢量, 存在 $m = m_e + m_s$ 。理想情况下,  $m_e 与 m_s 正交$ , 方向、大小不变, 因此|m|可认为是常量。式(12)等号两端取对数,则存在:

$$\ln B = -3\ln|r| + \ln\frac{\mu_0}{4\pi} + \ln\left(\left|3\left(\frac{r}{|r|} \cdot m\right)\frac{r}{|r|} - m\right|\right)$$
(13)

由于

(7)

(8)

$$\left|\ln\frac{\mu_{0}}{4\pi}\right| \gg \ln\left(4|\boldsymbol{m}|\right) \ge \ln\left(\left|3\left(\frac{\boldsymbol{r}_{i}}{|\boldsymbol{r}_{i}|}\cdot\boldsymbol{m}_{j}\right)\frac{\boldsymbol{r}_{i}}{|\boldsymbol{r}_{i}|}-\boldsymbol{m}_{j}\right|\right)$$
(14)

因此可认为磁信标在目标处的感应磁场强度在对 数域,满足线性关系:

$$L_B = kL_r + b \tag{15}$$

式中,

$$\begin{cases} L_B = \ln |\mathbf{B}|, L_r = \ln r, k = -3\\ b = \ln \left( \left| \ln \frac{\mu_0}{4\pi} \right| \right) + \ln \left( \left| 3 \left( \frac{r}{|\mathbf{r}|} \cdot \mathbf{m} \right) \frac{r}{|\mathbf{r}|} - \mathbf{m} \right| \right) \end{cases}$$
(16)

存在 L个磁信标,且各自的位置  $M_i$ 已知时( $i = 1, \dots, L, L \ge 3$ ),磁信标产生不同频率 $f_i$ , $i = 1, \dots, L$ 的低频时变磁场,通过 FFT 分离后,即可根据式计算得到目标与磁信标的距离  $r_i$ ( $i = 1, \dots, L$ ),于是目标三维空间中位置坐标 P可通过求解如下目标函数最小得到

$$\min\left(J = \sum_{i=1}^{L} \left(\left|\boldsymbol{P} - \boldsymbol{M}_{i}\right| - r_{i}\right)^{2}\right)$$
(17)

根据目标位置求解过程,可很容易得知目标 处感应磁场强度与目标到磁信标的坐标系姿态无 关,仅和目标与磁信标在空间中的距离及磁信标 参数相关。但根据式解算目标方向矢量时,需满 足目标传感器坐标系姿态与磁信标坐标系姿态一 致的前提条件时,才可得到准确的目标方向矢量, 否则为伪矢量。根据这一特点,可对目标的姿态 角进行估计。假设实际中根据式解算得到的方向 矢量为伪方向矢量*i*<sub>i</sub>,真实方向矢量*i*<sub>i</sub>与伪方向矢 量*i*<sub>i</sub>之间满足转换关系

$$\tilde{\boldsymbol{i}}_i = \boldsymbol{C}_m^r \boldsymbol{i}_i \tag{18}$$

式中,i可由目标的估计位置与磁信标的位置 $M_i$ 计 算得到, $\tilde{i}_i$ 可根据式测量得到,满足

$$\begin{aligned} i_{i} &= \frac{P - M_{i}}{|P - M_{i}|}, \\ \tilde{i}_{i} &= \left(\sin \tilde{\varphi}_{i} \cos \tilde{\theta}_{i}, \sin \tilde{\varphi}_{i} \sin \tilde{\theta}_{i}, \cos \tilde{\varphi}_{i}\right), \\ i &= 1, \cdots, L, (L \ge 3) \end{aligned}$$
(19)  
$$C_{m}^{r}(1, 1) &= \cos(\gamma) \cos(\psi), C_{m}^{r}(2, 1) &= \sin(\gamma) \cos(\psi) \\ C_{m}^{r}(3, 1) &= -\sin(\psi) \\ C_{m}^{r}(1, 2) &= \cos(\gamma) \sin(\psi) \sin(\lambda) - \sin(\gamma) \cos(\lambda) \\ C_{m}^{r}(2, 2) &= \sin(\gamma) \sin(\psi) \sin(\lambda) + \cos(\gamma) \cos(\lambda) \\ C_{m}^{r}(3, 2) &= \cos(\psi) \sin(\lambda) \\ C_{m}^{r}(1, 3) &= \cos(\gamma) \sin(\psi) \cos(\lambda) + \sin(\gamma) \sin(\lambda) \\ C_{m}^{r}(2, 3) &= \sin(\gamma) \sin(\psi) \cos(\lambda) - \cos(\gamma) \sin(\lambda) \\ C_{m}^{r}(3, 3) &= \cos(\psi) \cos(\lambda) \\ \tilde{\varphi}_{i} &= \tilde{\theta}_{i} \\ \tilde{k} \\ \pi \\ \tilde{\mu} \\ \tilde$$

$$\boldsymbol{C}_{m}^{r} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})^{-1}$$
(21)

 $B = \begin{bmatrix} \tilde{i}_1, \dots, \tilde{i}_L \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} i_1, \dots, i_L \end{bmatrix}$ (22) 因此目标的姿态角 $\psi$ ,  $\gamma$ ,  $\lambda$ 可由式计算得到

$$\begin{cases}
\psi = -\arcsin\left(C_{m}^{r}(3,1)\right) \\
\gamma = \arctan\left(\frac{C_{m}^{r}(2,1)}{C_{m}^{r}(1,1)}\right) \\
\lambda = \arctan\left(\frac{C_{m}^{r}(3,2)}{C_{m}^{r}(3,3)}\right)
\end{cases}$$
(23)

综上,利用多个磁信标产生的低频时变磁场, 即可解算目标的位置与相对姿态。

#### 2.3 误差来源分析及优化

在本文提出的磁信标定位导航算法中,主要 误差源可大致分为3类:先验信息误差、感应磁场 模型误差以及测量误差。

先验信息误差主要包括磁信标位置误差与坐 标系姿态角误差。根据本文2.2节中算法实现过 程, 磁信标位置需满足先验已知。理想情况下, 磁信标的几何中心即为磁信标实际产生磁场的中 心, 螺线管几何轴线方向即为产生磁场坐标系的x 轴与y轴方向,同时认为不同磁信标之间的姿态是完全一致的。但在实际中,由于磁信标的制造工 艺与驱动方式等因素影响,磁信标产生的实际磁 场中心与几何中心之间是存在偏差的;同理,由 于磁信标中两个螺线管正交角度偏差与其制作工 艺的影响,各个磁信标的坐标系姿态角也将存在 偏差。若不对这些偏差进行补偿,将会影响最终 解算精度。磁信标先验信息误差可由前期对磁信 标的标定过程实现(Zheng 等, 2020; 郑元勋; 2020),本文中默认磁信标已经标定过,为不存在 先验信息误差的磁信标。

感应磁场模型误差主要包括两部分:磁信标 等效模型误差和磁场计算磁信标接收信号强度 RSSI(Received Signal Strength Indicator)拟合直线 误差。其中磁信标由于其本身几何尺寸原因,在 近场与远场情况下等效模型是存在区别的。磁信 标在近场和远场等效模型误差相关测试结果可以 参考谢阳光等(2019)的研究成果,模型误差可 保持在5%以下,基本可以忽略磁信标模型误差对 位置与姿态解算的影响;而磁场RSSI拟合直线误 差主要由环境干扰、式(15)中b的近似误差以及 先验点测量误差等因素导致,可利用指纹匹配原 理结合磁场RSSI拟合直线(如式(15))进行分

式中,

段匹配,见图4所示,根据指纹采样点将应用环境 分块为*R*,区域*R*中确定相应的最佳磁场RSSI拟合 直线。实际中,通过目标处多个磁信标测量磁场 信息与指纹特征点的先验信息进行匹配,即可确 定目标所处区域,调用相应的磁场RSSI拟合直线, 实现削弱模型误差影响的目的。指纹采样点越密 集,精度越高,同样测量难度与计算量也越复杂。 本文中指纹采样点间隔为0.5 m,区域*R*为边长2 m 的正方形。



磁信标导航系统的测量误差主要受环境中时 变磁场、传感器测量精度以及软磁性物质干扰影 响(Chen等,2021)。环境中地磁场以及异频时变 磁场可由式(11)中介绍的方法与FFT实现分离 与屏蔽;选用测量精度较高的磁传感器可减小测 量误差的影响,本文实验中选用的磁传感器为西 安华舜公司生产的三轴磁通门传感器,分辨率为 0.1 nT;对于环境中软磁性误差的干扰,根据涡流 磁场与趋肤深度原理模型,时变磁场覆盖范围内 的软磁性物质可等效为环形导体,时变磁场使环 形导体中磁通量发生变化时,会产生感应电流, 从而产生与时变磁场同频的感应涡流磁场,其磁 矩可表示如下:

$$\tilde{\boldsymbol{M}}_{i}(t) = N_{\mathrm{m}} \cdot \tilde{I}_{i} \cdot S \cdot \boldsymbol{n} = N_{\mathrm{m}} \cdot \frac{S}{R_{\mathrm{m}}} \frac{dB_{i}(t)}{dt} \cdot S \cdot \boldsymbol{n}_{i} = N_{\mathrm{m}} \frac{S^{2}}{R_{\mathrm{m}}} \frac{dB_{i}(t)}{dt} \cdot \boldsymbol{n}_{i} = \frac{N_{\mathrm{m}} \omega_{i} B_{i} S^{2} \cos \omega_{i} t}{R_{\mathrm{m}}} \boldsymbol{n}_{i}$$
(24)

式中, N<sub>m</sub>表示等效环形导体匝数; S表示等效环形导体面积, 与软磁性物质的趋肤深度以及几何尺寸相关; R<sub>m</sub>表示导体等效电阻, 与软磁性物质属

性相关, $n_i$ 表示等效磁距方向矢量, $\omega_i$ 为时变磁场 角频率; $B_i(t)$ 为时变磁场强度。根据涡流磁场磁 矩模型可知(Lee等,2012),若想减小软磁性物 质对目标测量磁场的影响,除软磁性本身固有参 数外,应尽量降低磁信标产生的时变磁场频率 $\omega_i$ , 并使其磁信标尽量远离软磁性材料以减小磁场强 度 $B_i(t)$ ,实现削弱涡流磁场磁矩的目的,这也是 本文选用低频时变磁场的目的。在本文实验中, 由于实验环境为实验室环境,已尽量减少环境中 软磁性物质,同时磁信标布置并尽量远离软磁性 物质,因此忽略其对实验结果影响。但在实际应 用中应充分考虑软磁性物质对系统精度的影响并 补偿。

#### 2.4 基于指纹匹配的多磁信标定位算法

指纹匹配算法具有极高的可靠性,Tang等 (2017)在研究中利用kNN(k Nearest Neighbors) 匹配算法通过测量感应磁场RSSI实现目标位置解 算。kNN匹配算法的原理是利用目标点测量信息 与指纹采样点信息的欧氏距离确定目标的位置。 在本文2.2节中,目标处测量感应磁场RSSI作为指 纹匹配信息,可表示为

$$\boldsymbol{F}_{i} = \left[ \left| \boldsymbol{B}_{i} \right| \right], i = 1, \cdots, L \tag{25}$$

基于指纹匹配算法原理,距目标最近的指纹 匹配采样点可表示为 $P_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ),指纹特征 可分别记为

 $F^{j} = [|B_{i}^{j}|], j = 1, ..., n, i = 1, ..., L$  (26) 其中指纹采样点位置已知,根据 kNN 匹配算法, 目位置 *P*可根据下式估计得到,

$$\begin{cases} \lambda_{j} = \frac{1}{\left\| \mathbf{F}^{j} - \mathbf{F}_{i} \right\|} \\ \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\left\| \mathbf{F}^{j} - \mathbf{F}_{i} \right\|} \\ \mathbf{P} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{j} \mathbf{P}_{j} \end{cases}$$
(27)

根据式(16)可知,磁场与空间中的距离在 对数域上才存在近似线性关系,因此根据式计算 得到的目标位置存在较大误差,对kNN算法进行 改进,根据式计算目标与指纹采样点之间的距 离,即

$$\begin{cases} r_{i,j} = \exp\left(\frac{\ln \mathbf{F}^{j}(i) - \ln \mathbf{F}_{i}(i) - b_{i}}{k_{i}}\right) \\ i = 1, \cdots, L, \ j = 1, \cdots, n \end{cases}$$
(28)

式中, n表示指纹采样点的数量,本文中取 n = 4, L为磁信标的数量,本文中取 L = 3,增大 L 与 n 有 利于提高算法的精度,但同时将增加计算量,应 用中需要根据实际情况综合考虑。于是目标位置 P 可通过求如下目标函数最小化得到

$$\min\left(J = \sum_{j=1}^{n} \left( \left| \boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}_{i} \right| - \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} r_{ij} \right)^{2} \right)$$
(29)

在得到目标位置信息后,再根据式解算目标 姿态角信息,将得到较高精度的目标位置与姿态 角解算结果。

3 实验验证

本章将通过实验验证所提出的磁信标导航算 法的有效性。实验环境如图5所示,磁信标导航系 统主要包括数据处理核心(电脑)、磁信标、磁强 计(分辨率0.1 nT),信号生成模块(DA模块)以 及功率放大器。磁信标的驱动电流为8A,频率ω 为5—30 Hz低频正弦时变电流;磁信标直径约 46 cm。



图 5 磁信标导航系统验证实验环境 Fig. 5 Experimental environment of magnetic beacon navigation system

#### 3.1 磁信标有效覆盖范围验证

根据式(12)可知,磁信标产生磁场的衰减 与空间中距离的3次方正相关,因此单个磁信标的 覆盖范围是较小的。本文实验中磁传感器测量精 度为0.1 nT,环境存在干扰磁场白噪声约为3 nT。 随着目标与磁信标距离的增加,测量磁场信噪比 逐渐降低,根据式(7)与(15)计算得到的感应 磁场方向矢量计算得到的矢量角精度下降。

以方向矢量角的方差作为判断单个磁信标有 效覆盖范围的标准,通过仿真计算,方向矢量角 方差与目标距离关系如图6所示,目标与磁信标距 离超过20m时,方向矢量角方差快速增大,于是 将20m作为当前参数条件下,磁信标理论最大覆 盖半径。实验中,磁信标覆盖半径通常受磁信标 参数、驱动频率以及环境中不确定因素等影响, 实际有效半径低于理论值,在本文实验中单个磁 信标在实际中有效覆盖半径约为14m,在磁信标 的有效覆盖范围内,均认为关于磁信标的测量可 满足精度要求。



#### 3.2 基于改进指纹匹配的多磁信标算法验证

根据本文2.4节中提出的改进基于磁信标指纹 匹配算法,对目标位置与姿态角估计过程进行验 证。实验参数的磁信标位置分别为 $M_1$ =(0m,0m, 0m)、 $M_2$ =(6.20m,0.54m,0m)和 $M_3$ =(3.20m, 4.28m,0m),其中由于实验室环境影响,无法实 现对3个磁信标同时测量,因此采用将磁信标分别 放置在 $M_1$ 、 $M_2$ 和 $M_3$ 位置,测量目标处感应磁场, 再将数据离线处理的方式达到多个磁信标同时测 量的等效效果。目标位置先验已知,如表1所示, 实际姿态角 $\psi$ =0°, $\gamma$ =0°, $\lambda$ =0°。磁信标在 $M_1$ 、  $M_2$ 和 $M_3$ 这3个位置处的驱动频率分别为25 Hz、 20 Hz 和 30 Hz,目标点的平均定位误差可表示 如下:

$$\delta_p = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^{S} \left| \boldsymbol{P}_s^0 - \hat{\boldsymbol{P}}_s \right|$$
(30)

式中, **P**<sup>0</sup><sub>s</sub>表示目标点的先验位置, **P**<sub>s</sub>为根据本文 算法得到目标估计位置, S = 7为目标测试点数量。 首先根据目标关于磁信标1、2、3测量磁场强 度,可拟合得到,3个磁信标的RSSI拟合直线,再 根据改进基于磁信标指纹匹配算法估计的目标位 置,最后根据式(18)至式(23)原理过程估计目 标姿态角ψ、γ、λ,实验结果如表1所示,其中目 标平均位置估计误差为0.108 m,姿态角估计误差 期望分别为Δψ = 2.27°, Δγ = 2.35°, Δλ = 2.28°。

表1 基于改进指纹匹配的磁信标导航算法验证结果 Table 1 The result of the improved fingerprint matching algorithm based on magnetic beacon

测量点/m	测量磁场强度/ln(nT)			RSSI拟合曲线	位黑什计结用	姿态角估计结果/(°)		
	磁信标1/25 Hz	磁信标 2/20 Hz	磁信标 3/30 Hz	$L_B = k_i L_r + b_i$	位直伯日 纪米/m	ψ	γ	λ
(0.60, 1.80, 0.50)	7.021	3.988	5.321	$k_1 = -2.995$ $b_1 = 9.353$ $k_2 = -3.001$ $b_2 = 9.217$ $k_3 = -3.005$ $b_3 = 9.057$	(0.64, 1.83, 0.55)	-3.0	1.4	3.1
(0.60, 2.40, 0.50)	6.452	3.902	5.597		(0.65, 2.48, 0.57)	1.7	-1.8	1.8
(1.20, 1.20, 0.50)	7.329	4.396	5.284		(1.26, 1.23, 0.58)	4.1	2.2	-1.8
(1.20, 1.80, 0.50)	6.752	4.332	5.675		(1.25, 1.83 0.59)	1.2	-2.7	3.4
(1.20, 2.40, 0.50)	6.174	4.243	6.147		(1.28, 2.45, 0.56)	2.6	-2.1	-4.2
(1.20, 3.00, 0.50)	5.652	4.111	6.599		(1.25, 3.02, 0.53)	1.8	-2.0	-0.5
(1.20, 3.60, 0.50)	5.231	3.913	6.831		(1.24, 3.62, 0.58)	-1.5	-4.3	-1.2

#### 3.3 定位算法对比验证

将本文2.2节中式(12)至式(23)中直接解 算目标位置过程作为磁场衰减梯度算法,记为算 法1;将文献(Tang等,2017)中提出的基于kNN 的指纹匹配算法记为算法2;将2.4节中提出的基 于改进指纹匹配的多磁信标导航算法记做算法3, 并进行对比实验。目标位置根据图5中棋盘格随机 选择。为使实验结果更具有说服力,重复上述实 验过程200次实现蒙特卡洛过程。

目标位置估计误差积累概率分布如图7所示, 根据实验结果,其中算法1的位置估计误差期望为 0.336 m;算法2位置估计误差期望为0.114 m,算 法3位置估计误差期望为0.069 m。根据实验结果, 算法3表现明显优于其他两种算法;算法1误差相 对较大的因素主要来源于式确定的RSSI拟合直线 误差,若缩小2.3节中提到的匹配区域*R*,其精度 将会明显提升,但前期工作量也将进一步增大。

根据式(18)一式(23)姿态角估计原理过 程,目标姿态角估计精度与目标位置估计精度相 关。于是根据图7中3种算法目标位置估计结果, 相应的姿态角估计结果如图8所示,其中姿态角误 差可表示为:

$$\Delta \varepsilon = \frac{1}{3} \left( \Delta \psi + \Delta \gamma + \Delta \lambda \right) \tag{31}$$

算法1姿态角估计误差期望5.62°;算法2姿态

角估计误差期望3.91°,算法3姿态角估计误差期 望2.37°。综上,本文提出的算法不仅具有最高目 标位置估计精度,同时还能实现对目标姿态角的 准确估计。





#### 3.4 磁信标导航方法稳定性验证

根据本文介绍的磁信标导航算法,理想情况 下,静态目标位置估计结果仅与当前时刻测量感 应磁场相关,而与前一状态位置估计结果无关, 因此磁信标导航系统解算误差不随时间积累。实 际中由于设备发热等未知因素影响,同一位置处 的测量磁场会发生轻微变化,但对解算结果影响 极小,可近似忽略。为验证磁信标导航系统误差 不随时间积累的特性,对已知位置的静态目标进 行连续48h的验证实验,每一分钟更新一次目标 位置估计结果,目标位置与姿态角估计误差随工 作时间变化曲线如图9和图10所示。根据均值滤 波后估计误差可知,估计误差基本稳定,不随时 间增大,与实验预期一致。



图8 姿态角解算误差积累概率分布

Fig. 8 Cumulative probability distribution of attitude error





## 3.5 磁信标数量对磁信标导航方法的影响

根据本文提出的算法原理可知,磁信标数量 至少满足3个时可有效实现对目标位置与姿态角信 息的精确估计。磁信标数量大于3时,磁信标导航 系统的稳定性与精度也将存在区别,分别在图4磁 信标分布基础上,增加可用磁信标数量,使存 3个、4个、5个以及6个可用磁信标时,验证目标 的定位导航解算结果。实验中为保证各个磁信标 具有近似的效能影响,各个磁信标与目标距离相 近但方位不同,结果如图11所示,其中定位误差 期望分别为0.110m、0.085m、0.077m和0.071m。 实验结果表明增加可用磁信标数量可提高系统的 稳定性与精度。







## 4 结 论

针对地下、室内、障碍物较多的复杂环境中 可靠导航源匮乏问题,本文提出并实现了一种基 于磁信标产生的低频时变磁场方向矢量的目标位 置与姿态角解算方案,并在此基础上提出基于指 纹匹配的磁信标导航算法改良方案。相对于传统 的磁信标导航系统仅能解算目标位置的局限性, 本文提出的方案不仅能实现对目标位置高精度解 算,还能根据目标位置解算结果与测量磁场的方 向矢量反演计算得到目标的姿态角信息且能保持 较高精度,弥补了传统磁信标系统的局限性。

实验表明,本文中提出系统与算法在实验条件下,位置解算精度误差期望约为0.069 m,姿态角估计误差期望2.3°,且误差不随工作时间积累。根据此特性结合惯性导航系统(Zheng等,2020)可实现特定环境下高精度、长工作时长的稳定导航解算服务,具有较高的应用价值。同时可为更多潜在应用领域提供可靠、稳定的导航解算方案。本文提出的方法同样具有一定局限性,其中磁信标产生的低频时变磁场由双轴螺线管通以正弦激励电流产生,磁信标有效覆盖范围较小,简单增大驱动功率对磁信标有效覆盖范围较小,简单增太驱动功率对磁信标有效覆盖范围的增长并不明显,未来的研究中将针对扩大磁信标的有效覆盖范围展开进一步研究。

#### 参考文献(References)

- Blankenbach J, Norrdine A and Hellmers H. 2012. A robust and precise 3D indoor positioning system for harsh environments//Proceedings of 2012 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN). Sydney: IEEE: 1-8 [DOI: 10.1109/ IPIN.2012.6418863]
- De Angelis G, Pasku V, De Angelis A, Dionigi M, Mongiardo M, Moschitta A and Carbone P. 2015. An indoor ac magnetic positioning system. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 64(5): 1267-1275 [DOI: 10.1109/TIM.2014.2381353]
- Dionigi M, De Angelis G, Moschitta A, Mongiardo M and Carbone P. 2014. A simple ranging system based on mutually coupled resonating circuits. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 63(5): 1215-1223 [DOI: 10.1109/TIM.2014.2298174]
- HIlmers H, Kasmi Z, Norrdine A and Eichhorn A. 2018. Accurate 3D positioning for a mobile platform in non-line-of-sight scenarios based on IMU/magnetometer sensor fusion. Sensors, 18(1): 126 [DOI: 10.3390/s18010126]
- Jiang H, Zhou, Y and Yang, Y. 2016. Research on magnetic measurement method of permanent magnet based on equivalent magnetic moment. Electronics World, (13): 90-91 (姜浩, 周鹰, 杨云. 2016. 基于等效磁矩的永磁体磁性测量方法研究. 电子世界, (13): 90-91) [DOI: 10.3969/j.issn.1003-0522.2016.13.070]
- Kumar N, Verma V and Behera L. 2017. Magnetic navigation and tracking of multiple ferromagnetic microrobots inside an arterial phantom setup for MRI guided drug therapy. Biocybernetics and Biomedical Engineering, 37(3): 347-356 [DOI: 10.1016/j. bbe. 2017.04.002]
- Li Y, Zhuang Y, Zhang P, Lan H Y, Niu X J and El-Sheimy N. 2017. An improved inertial/wifi/magnetic fusion structure for indoor navigation. Information Fusion, 34: 101-119 [DOI: 10.1016/j.

inffus.2016.06.004]

- Nelson J B. 1988. Calculation of the magnetic gradient tensor from total field gradient measurements and its application to geophysical interpretation. Geophysics, 53(7): 957-966 [DOI: 10.1190/1. 1442532]
- Norrdine A, Kasmi Z and Blankenbach J. 2016. A novel method for overcoming the impact of spatially varying ambient magnetic fields on a DC magnetic field-based tracking system. Journal of Location Based Services, 10(1): 3-15 [DOI: 10.1080/17489725. 2016.1170898]
- Pasku V, De Angelis A, De Angelis G, D. Arumugam D, Dionigi M, Carbone P, Moschitta A, S. Ricketts D. 2017. Magnetic Field-Based Positioning Systems. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 19(3): 2003-2017 [Doi: 10.1109/COMST.2017.2684087]
- Popek K M, Mahoney A W and Abbott J J. 2013. Localization method for a magnetic capsule endoscope propelled by a rotating magnetic dipole field//Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Karlsruhe: IEEE: 5348-5353 [DOI: 10.1109/ICRA.2013.6631343]
- Son H and Lee K M. 2008. Distributed multipole models for design and control of PM actuators and sensors. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 13(2): 228-238 [DOI: 10.1109/TMECH. 2008.918544]
- Chen Y J, Zhou Z J, Li Q H, Xie Y G, Zhang Y B. 2021. Research on Multi-sensor Positioning Technology Based on Phase Difference of Magnetic Field Vector. Aeronautical Science & Technology, 32 (10):74-79 [DOI: 10.19452/j.issn1007-5453.2021.10.012.]
- Lee K H, Baek M K, Park I H. 2012. Estimation of deep defect in ferromagnetic material by low frequency eddy current method. IEEE transactions on magnetics, 48(11): 3965-3968. [DOI: 10.1109/ TMAG.2012.2202643]
- Tang P, Huang Z Q and Lei J. 2017. Fingerprint localization using WLAN RSS and magnetic field with landmark detection//Proceedings of the 3rd International Conference on Computational Intelligence and Communication Technology. Ghaziabad: IEEE: 1-6 [DOI: 10.1109/CIACT.2017.7977316]
- Wu F L, Liang Y, Fu Y and Ji X C. 2016. A robust indoor positioning system based on encoded magnetic field and low-cost IMU//Proceedings of 2016 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium. Savannah: IEEE: 204-212 [DOI: 10.1109/PLANS. 2016.7479703]
- Xie Y G, Li Q H, Xie W N and Li X N. 2019. Solenoid magnetic field modeling based on dual magnetic dipoles. Journal of Chinese Inertial Technology, 27(5): 625-630 (谢阳光, 李清华, 解伟男, 李新 年. 2019. 基于双磁偶极子的螺线管磁场建模分析. 中国惯性技 术学报, 27(5): 625-630) [DOI: 10.13695/j.cnki.12-1222/o3.2019. 05.010]
- Zhang Z Y, Xiao C H, Gao J J and Zhou G H. 2010. Experiment research of magnetic dipole model applicability for a magnetic object. Journal of Basic Science and Engineering, 18(5): 862-868 (张

朝阳,肖昌汉,高俊吉,周国华.2010.磁性物体磁偶极子模型适用性的试验研究.应用基础与工程科学学报,18(5):862-868) [DOI:10.3969/j.issn.1005-0930.2010.05.016]

- Zheng Y, Li Q, Wang C, Li X and Huang Y. 2020. Magnetic-based positioning system for moving target with feature vector. IEEE Access, 8: 105472-105483 [DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3000305]
- Zheng Y X, Li Q H, Wang C H, Yu W Z and Sun Q. 2020. High-precision calibration method for position and attitude angle of magnetic beacon. Journal of Chinese Inertial Technology, 28(3): 353-359 (郑元勋, 李清华, 王常虹, 于文昭, 孙强. 2020. 高精度磁信标中 心位置与姿态角标定方法. 中国惯性技术学报, 28(3): 353-359)

[DOI: 10.13695/j.cnki.12-1222/o3.2020.03.011]

- Zong Y B, Zhang J, Shi X F and Sun F. 2011. A high-precision guidance method of wellbore trajectory based on the rotary magnetic dipole. Acta Petrolei Sinica, 32(2): 335-339 (宗艳波,张军,史晓 锋,孙峰. 2011. 基于旋转磁偶极子的钻井轨迹高精度导向定位 方法. 石油学报, 32(2): 335-339)
- Zong Y B, Zheng J H and Sun M G. 2016. Survey method for scanning angle between wells based on rotating magnetic field. China Measurement and Test, 42(12): 18-21 (宗艳波,郑俊华,孙明光. 2016. 基于旋转磁场的井间扫描角测量方法. 中国测试, 42 (12): 18-21) [DOI: 10.11857/j.issn.1674-5124.2016.12.004]

## Accurate navigation and positioning method based on magnetic beacon

## ZHENG Yuanxun<sup>1,2</sup>, LI Qinghua<sup>1</sup>, WANG Changhong<sup>1</sup>, HUANG Yuan<sup>3</sup>, ZHONG Jiapeng<sup>4</sup>

Space Control and Inertial Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
 China North Industries Group Corporation Limited Aviation Ammunition Institute, Harbin 150030, China;
 CNNP Nuclear Power Operations Management Co., Ltd, Haiyan 314300, China;
 Harbin Institute of Tachnology (Anshap) Institute of Industrial Tachnology, Anshap 114000, China;

4. Harbin Institute of Technology (Anshan) Institute of Industrial Technology, Anshan 114000, China

**Abstract:** To solve the problem of lacking a reliable positioning source in complex environments such as indoor and underground, a highprecision position and attitude estimation method based on the low-frequency time-varying magnetic field is proposed in this paper. The traditional time-varying magnetic field positioning method requires the magnetic beacon coordinate system to be consistent with the target, which cannot solve the relative attitude angle information of the target and the accuracy is poor. The proposed method realized with the fingerprint matching algorithm overcomes the shortcoming of traditional solutions, which is penetrating, robust, and accurate.

According to the Biot – Savart Law, the magnetic field intensity decays with the distance between the target and the magnetic source, and the orientation of the measured magnetic field has a certain relation to orientation from the source to the target. Hence, according to this principle, an improved fingerprint algorithm is introduced. Firstly, the RSSI fitting line of the magnetic beacon is calculated according to the measured magnetic field in space, and the position is estimated by the fingerprint matching algorithm. The attitude can be achieved from the estimated position and magnetic field direction vector model. Furthermore, the disturbing factors of the magnetic beacon positioning system are analyzed and the optimization method is approached to improve system performance.

The performance includes the effective distance of a single magnetic beacon, the positioning accuracy, the stability of the proposed approach, and the influence of the magnetic beacon number are verified by the experiment. The effective distance of a single magnetic beacon is 14 m. The result exhibits the positioning error expectation is 0.069 m and attitude error expectation is  $2.3^{\circ}$ , respectively. The error does not accumulate over time, which has obvious advantages over the traditional magnetic beacon navigation solutions and has high engineering application value.

Key words: position and attitude estimation, model of magnetic beacon, underground and indoor navigation, fingerprint matching algorithm

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. 61403095)